

## Анотація

Вивчення астероїдів важливо як з теоретичних причин (розуміння виникнення та еволюції Сонячної система), так і з практичних (захист від астероїдної небезпеки та видобуток корисних копалин на астероїдах).

Для невеликих астероїдів, розміром менше десяти кілометрів, еволюція регулюється YORP-ефектом. Така ж поведінка характерна й для подвійних астероїдів. У цій роботі ми розглядаємо принципово новий тип рівноги для подвійних астероїдів, коли нормальний YORP, тангенціальний YORP, бінарний YORP і припливи компенсують один одного<sup>1</sup>.

Передбачення цієї теорії ми порівнюємо зі спостережуваними даними для подвійних астероїдів. У нашому підході погано визначенні параметри (теплопровідність, YORP коефіцієнти та сила припливного тертя) використовуються як вільні параметри. Як результат, отримуємо розподіл подвійних астероїдів за періодами обертання, що задовільно узгоджуються зі спостережуваними даними, а також реалістичні значення вільних параметрів, що не протирічать результатам інших робіт. Наші значення параметрів зможе перевірити космічна місія HERA, яка почнеться у 2024 році. У разі гарного співпадіння, це допоможить для подальшого аналізу еволюції астероїдів.

---

**Зміст**

<b>Вступ</b>	<b>3</b>
<b>1 NTVt-рівновага</b>	<b>6</b>
<b>2 Оцінка параметрів астероїдів</b>	<b>12</b>
2.1 Еволюція не вихід? . . . . .	12
2.2 Vt-напіврівновага . . . . .	14
2.3 Оцінки параметрів з NTVt-рівноваги . . . . .	15
<b>Висновки</b>	<b>22</b>
<b>Список використаної літератури</b>	<b>24</b>

## Вступ

Вивчення астероїдів на даному етапі розвитку цивілізації грає важливу роль, оскільки вони є рештками первісного матеріалу, з якого формувались планети. Тобто їх дослідження надає можливість краще зрозуміти ранні етапи формування Сонячної системи. Особливо цікавими й важливими є подвійні астероїди. Вони складають значну частку від усіх спростережуваних астероїдів і є важливим етапом їхньої еволюції.

З іншого боку, астероїди заохочують до дослідження з двох практичних причин: видобуток корисних копалин та захист Землі від астероїдної небезпеки. Для кращого розуміння структури та походження астероїдів фінансуються космічні місії. Так 5 років тому запустили космічний апарат Хаябуса-2, який має дослідити рух та узяти зразки з навколоземного астероїда Рюгу. А у 2016 OSIRIS-REx вилітів для доставки зразків ґрунту з астероїда Бенну. Цього ж року запланована місія DART, головна ціль якої визначити траєкторію руху подвійного астероїда Didymos після зіткнення з грузом, який нестиме космічний апарат цією місією. Наслідки зіткнення дозволять визначити склад астероїда, його добротність. Продовженням місії DART є місія HERA по дослідженню характеристик астероїда Didymos, як форма, розмір кратера, зміна орбіти, нутацію також уточнення параметрів моделювання (маси, матеріалу поверхні тощо). Уся ця інформація необхідна для подальшого аналізу у разі захисту Землі від налітаючих астероїдів.

В загальному плані, еволюція астероїдів, окрім зіткнень, регулюється ефектами взаємодії сонячного світла з їх поверхнею. Сонячні промені поглинаються, випромінюються з астероїда у тепловому діапазоні та дифузно розсіюються. Несиметричне розсієння або випромінювання астероїдом може створювати некомпенсований момент сил. Цей ефект називають ефектом Ярковського-О'Кіфа-Радзієвського-Педдока, чи YORP. В одному з варіантів еволюції, асте-

роїд прискорюється YORP-ефектом доки не матиме критичну швидкість розпаду, потім з астероїда, що розпався, формується подвійна система (головне тіло та супутник), та зрештою супутник втрачається, і починається новий YORP цикл.

Проте на цьому еволюційному шляху існують рівноважні положення, в яких можуть опинитись астероїди і тим самим зупинити свою динамічну еволюцію. Причиною рівноважних станів є різноманітні прояви YORP<sup>2</sup>, найбільш важливими з яких є нормальний YORP, або NYORP<sup>3</sup>, бінарний YORP, або BYORP<sup>4</sup>, та тангенціальний YORP, або TYORP<sup>5</sup>

Як один з варіантів, астероїд може перебувати в рівновазі, якщо його NYORP і TYORP компенсують один одного<sup>5;6</sup>. У разі подвійносинхронних систем, можлива рівновага між NYORP і BYORP<sup>7</sup>. Крім того, для подвійних систем існує напіврівноважний стан між BYORP і припливами, що діють на супутник<sup>8</sup>, який не обов'язково відповідає стійкому стану головного тіла.

Ми досліджуємо більш складний стан рівноваги, який включає всі чотири ефекти: NYORP, TYORP, BYORP та припливи (див. ліву панель Рис. 1). Супутник знаходиться у рівновазі між BYORP та припливами<sup>8</sup>, а головне тіло між NYORP, TYORP та припливами, для скорочення NTBt-рівновага<sup>1</sup>.

У цій роботі використовується терміналогія згідно роботи Margot<sup>9</sup>. Двокомпонентні астероїди, що гравітаційно пов'язані, ми називатимемо *подвійними астероїдами* чи *подвійними системами*. *Астероїдними парами* позначатимемо компоненти, що колись належали до однієї подвійної системи, яка розпалась. Найбільшу компоненту системи позначатимемо як *головне тіло*, а меншу компоненту – *супутник*.

Для подвійних систем є три періоди, які характеризують рух астероїдів: власні періоди обертання головного тіла і його супутника, та період обертання супутника навколо головного тіла. Коли всі три періоди різні, система називає-

---

ться *асинхронною*. Якщо власний період супутника співпадає з періодом його обертання навколо головного тіла, система *односинхронна*. Якщо ж усі періоди співпадають – система *подвійносинхронна*.

Дізнавшись значення необхідних параметрів та подальшому їх підтвердженні, людство стане на крок ближче до розуміння ранніх етапів Сонячної системи, а що найважливіше, зможе керувати для рухом певних астероїдів за допомогою сонячного світла чи при зіткненні.

## 1 NTBt-рівновага

Для розрахунків ми використовуємо найпростішу модель, де головне тіла має радіус  $R_1$ , а супутник – радіус  $R_2$ . Їх густина  $\rho$  приймається однаковою, а співвідношення їх мас  $q = R_1^3/R_2^3$  вважається малим. Супутник обертається навколо головного тіла по круговій орбіті радіусом  $r = R_1 a$ . Осі обертання обох астероїдів перпендикулярні цій площині. Система є односинхронною, тобто швидкість обертання супутника  $\omega_2$  збігається зі швидкістю його обертання по орбіті, тоді як швидкість обертання головного тіла  $\omega_1$  може відрізняється.

Використовуючи вираз для моменту припливів з<sup>8</sup>, у випадку малих  $q$  маємо

$$T_{\text{tides}} = \frac{2\pi q^2 K \rho R_1^5 \omega_d^2}{Q a^6} \text{sgn}(\omega_1 - \omega_2). \quad (1)$$

У цьому рівнянні  $Q$  – добротність астероїда,  $K_1$  – припливне число Лава, і  $\omega_d = (4\pi G \rho / 3)^{1/2}$  – критична кутова швидкість головного тіла, при якій астероїд розпадається під дією відцентрових сил.

Моменти NYORP і BYORP у роботі<sup>7</sup> знаходять за допомогою інтегрування по поверхні подвійного астероїда імпульсу, що отримує астероїд від взаємодії зі світлом. Вводячи безрозмірні коефіцієнти  $C$  та  $B$ , маємо

$$T_{\text{NYORP}} = \frac{C \Phi R_1^3}{c}, \quad (2)$$

$$T_{\text{BYORP}} = \frac{B \Phi R_1^3}{c} q^{2/3} a, \quad (3)$$

де  $C$  – NYORP коефіцієнт,  $B$  – BYORP коефіцієнт,  $\Phi$  – сонячна константа на геліоцентричному радіусі астероїда, а  $c$  – швидкість світла.

Для моменту TYORP спочатку<sup>10</sup> доводять, а потім<sup>11</sup> підтверджують, що TYORP момент для нульового нахилу осі обертання астероїда має вигляд  $T_z \approx 9p \frac{\Phi R^3}{c}$ , де  $p$  є безрозмірним тиском TYORP на екваторі. Після цього у статті<sup>12</sup> здобувають наближений вираз для  $p$ , а саме  $n_0 \mu \exp\left(-\frac{(\ln \theta - \ln \theta_0)^2}{\nu^2}\right)$ .

Поєднуючи ці дві формули, отримуємо

$$T_{\text{TYORP}} = \frac{D\Phi R_1^3}{c} \exp\left(-\frac{(\log \theta - \log \theta_0)^2}{\nu^2}\right), \quad (4)$$

де константи  $\nu = 1.518$ ,  $\mu = 0.00644$ ,  $\log \theta_0 = 0.580$ , а TYORP коефіцієнт  $D = 9\mu n_0$ , і  $n_0$  характеризує поверхневу густину валунів. Наприклад, для астероїда 25143 Itokawa  $n_0 = 0.028 \pm 0.018^{12;13}$ , тому  $D = (1.6 \pm 1) \cdot 10^{-3}$ . Тепловий параметр  $\theta$  визначається як

$$\theta = \frac{(C_s \rho_s \kappa \omega_1)^{1/2}}{((1 - \alpha)\Phi)^{3/4} (\epsilon \sigma)^{1/4}}. \quad (5)$$

Фізичний сенс констант у рівняннях, а також їх значення, які застосовані у розрахунках, представлені в Таблиці 1.

Використовуючи другий закон Ньютона для обертального руху для головного тіла та його супутника, маємо систему рівнянь

$$I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = T_{\text{TYORP}} + T_{\text{NYORP}} - T_{\text{tides}}, \quad (6)$$

$$M_2 R_1^2 \frac{d(\omega_2 a^2)}{dt} = T_{\text{BYORP}} + T_{\text{tides}}. \quad (7)$$

Через припущення малості відношення мас  $q$ , супутник розглядається як точкове тіло. Тут  $M_2$  – маса супутника й  $I_1$  – момент інерції головного тіла. Підставляючи моменти сил в правій частині з рівнянь (1) – (4), і виключаючи радіус орбіти з рівнянь за допомогою третього закону Кеплера  $a = (\omega_d/\omega_2)^{2/3}$ , можна прийти до замкнутої системи для двох змінних,  $\omega_1$  і  $\omega_2$ .

Перед тим як перейти до подальшого теоретичного дослідження, приведемо ідейні причини для наявності описаного стану рівноваги (ліва панель Рис. 1). На правій панелі Рис. 1 зображені  $\dot{\omega}_1(\omega_1)$  та  $\dot{\omega}_2(\omega_2)$ , побудовані на основі виразу (7), за умов  $B < 0$  і  $\omega_1 > \omega_2$ . Саме в цьому (і тільки в цьому) випадку виникає стійка рівновага для супутника, бо за швидкостей обертання менших, ніж рівноважне

значення,  $\omega_1$  чи  $\omega_2$  зростає з часом, а за швидкостей більших, ніж рівноважне значення, похідна за часом від'ємна, тобто  $\omega_1$  чи  $\omega_2$  зменшується.

Рівноважне значення  $\omega_2$  однозначно визначає припливи, тому припливи можливо розглядати як константу в правій частині рівняння (6). Якщо загальний момент сил NYORP і припливів на головному тілі від'ємний, то може виникнути конфігурація, показана на лівому графіку правої панелі Рис. 1, яка має положення стійкої рівноваги. У загальному випадку, стійкість значень  $\omega_1$  і  $\omega_2$  окремо не гарантує стійкості системи при їх одночасній зміні. Проте якщо  $q \ll 1$ , то релаксація для кутової швидкості супутника  $\omega_2$  відбувається набагато швидше, ніж для головного тіла  $\omega_1$ . Тому система швидко досягає рівноважного значення  $\omega_2$ , а потім повільно доходить до рівноважного значення  $\omega_1$ . Приклад такої стабільної рівноваги показано на Рис. 2.

Рівноважний стан подвійного астероїда знаходиться, якщо у рівняннях (6) та (7) прирівняти праві частини до нуля, тобто

$$T_{TYORP} + T_{NYORP} = T_{tides} = -T_{BYORP}. \quad (8)$$

Підставляючи рівняння (1)-(4) у вирази (8) і розв'язуючи цю систему рівнянь, отримуємо вирази для рівноважної безрозмірної відстані між астероїдами,  $a^*$ , і рівноважним тепловим параметром,  $\theta^*$ :

$$a^* = \left( - \frac{2\pi c K \rho R_1^2 \omega_d^2 q^{4/3}}{B\Phi Q} \right)^{1/7}, \quad (9)$$

$$\theta^* = \theta_0 \exp \left( \nu \sqrt{\log \frac{D}{-Bq^{2/3}a^* - C}} \right). \quad (10)$$

Далі ми знаходимо рівноважні значення  $\omega_1^*$  з рівняння (5) та  $\omega_2^*$  з третього закону



Кеплера,

$$\omega_1^* = \frac{((1 - \alpha)\Phi)^{3/2} (\epsilon\sigma)^{1/2} (\theta^*)^2}{C_t \rho \kappa}, \quad (11)$$

$$\omega_2^* = \omega_d (a^*)^{-3/2}. \quad (12)$$

Таким чином, знаючи YORP коефіцієнтів  $B$ ,  $C$  і  $D$ , можна визначити рівноважні кутові швидкості системи. Окрім того, з цих рівнянь з'являються умови для наявності рівноваги. Так у рівнянні (10) тепловий параметр,  $\theta^*$ , є дійсним числом тільки за наступних умов:

$$-D < Bq^{2/3}a^* + C < 0. \quad (13)$$

Окрім того, потрібне виконання ще декількох умов для того, щоб розв'язок (8) мало фізичний сенс. По перше, головне тіло повинен обертатися швидше, ніж супутник (інакше неможлива стабільна рівновага), але повільніше, ніж критичне значення для швидкості обертання (інакше він розпадеться під дією відцентрових сил),

$$\omega_2 < \omega_1 < \omega_d. \quad (14)$$

По-друге, радіус орбіти супутника повинен бути більшим, ніж радіус головного тіла, але менший, ніж ліміт Хілла, щоб супутник міг існувати

$$1 < a < a_{\max}. \quad (15)$$

Тепер зробимо оцінки значимості такого виду рівноваги для реальних астероїдів. Для цього ми розглядаємо два різних набори моделей форми астероїдів: фотометричні моделі форм з бази даних DAMIT, побудованої за допомогою інверсії світлової кривої<sup>14</sup> та радарні моделі форми<sup>15</sup>. Оскільки існує статистична різниця між формами одиночних і подвійних астероїдів, таке використання форм може внести статистичну похибку до наших результатів.

Таблиця 1: Стандартні значення параметрів

Позначення	Значення	Сенс
$q$	0.01	співвідношення мас
$R_1$	1000 m	радіус головного тіла
$R_2$	$R_1 q^{-2/3}$	радіус супутника
$\omega_1$		кутова швидкість головного тіла
$\omega_2$		кутова швидкість супутника
$\omega_d$	$(4\pi G\rho/3)^{1/2}$	критичне значення кутової швидкості
$a$	$(\omega_d/\omega_2)^{3/2}$	відстань між головним тілом та супутником у $R_1$
<i>Динамічні параметри</i>		
$Q/K$	30000	відношення добротності до припливного числа Лава
$D$	0.002	TYORP коефіцієнт
$\rho$	$2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	густина астероїда
<i>Термічні параметри</i>		
$\Phi$	$1361 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	сонячна стала
$\rho_s$	$2.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	густина каменів
$C_s$	$680 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$	теплоємність каменів
$\kappa$	$0.26 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^\Gamma}$	теплопровідність каменів
$\alpha$	0.1	альbedo
$\epsilon$	0.9	випромінювальна здатність
$\sigma$	$5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$	стала Стефана-Больцмана

Ми беремо усі можливі пари астероїдних форм з баз даних, припускаючи, що один астероїд – головне тіло, а інший – супутник, і перевіряємо сформовану пару на можливість рівноважного стану за допомогою рівнянь (9)-(15). Для всіх фізичних параметрів ми беремо стандартні значення, наведені в Таблиці 1. Отримані рівноважні кутові швидкості головного тіла і супутника,  $\omega_1$  і  $\omega_2$  відповідно, у всіх парах нанесені на верхню ліву панель Рис. 3. Область, де знаходиться рівновага, обмежена двома чорними лініями, які відповідають умові (14). З іншого боку, умова (15) не вносить додаткових обмежень, оскільки  $a = a_{\max}$  майже не відрізняється від  $\omega_2 = 0$ . Зеленими трикутниками позначено спостережувані односинхронні подвійні системи<sup>16</sup>. Перекриття моделювання і спостережних даних значно залежить від YORP коефіцієнтів, та інших фізичних параметрів системи. Якщо взяти менші абсолютні значення  $B$  і  $C$  чи змінити значення фізичних параметрів, то можна досягти кращого узгодження, як проілюстровано у верхній правій панелі Рис.3.

Як результат ми оцінюємо відсоток пар астероїдів, для яких спостерігається

рівновага, і будуємо графік імовірності рівноважного стану в нижній панелі Рис. 3 за різних значень параметрів. Чорна лінія відображає базу даних радарних моделей форм з параметрами, наведеними у Таблиці 1, зелена лінія – стандартні значення параметрів для бази даних DAMIT. Інші лінії відповідають радарним моделям форм, зі тільки одним зміненим параметром. З цього графіку помітно, що ймовірність знаходження односинхронної системи у NTB-рівновазі дуже чутлива до варіацій параметрів, але завжди залишається порядку кількох відсотків. Тобто ймовірність цієї рівноваги має такий самий порядок величини, що й рівноваги між TYORP та NYORP для одинарних астероїдів<sup>6</sup> та рівноваги між NYORP та BYORP для подвійно синхронних астероїдів<sup>7</sup>. Саме це дає можливість стверджувати, що дана рівновага не тільки може зупиняти еволюцію астероїдів, але й зміщувати статистику кутових швидкостей для подвійних астероїдів.

## 2 Оцінка параметрів астероїдів

### 2.1 Еволюція не вихід?

Перед тим, як перейти безпосередньо до оцінки параметрів, покажемо, чому виникла необхідність розглядати NTBt-рівновагу.

Оцінимо за порядком величини, який характерний еволюційний час матиме односинхронний бінарний астероїд під дією NYORP, BYORP чи припливів. Під характерним часом мається на увазі той час, за який головне тіло зупиниться чи розпадеться, а також за який супутник відділиться від системи. Процес еволюції головного тіла чи його супутника характеризуються найменшим з часів, які відповідають кожному з моментів. Таким чином, для оцінок, можливо обмежитись дією одного момента на головне тіло чи супутник.

Припускаючи, що астероїд є кулею з густиною  $\rho$ , його момент імпульсу можна записати як  $L = \frac{2}{5} M_1 R_1^2 \omega_1$  і тоді рівняння руху

$$\frac{2}{5} M_1^2 R_1^2 \frac{d\omega_1}{dt} = T, \quad (16)$$

де  $T$  є NYORP моментом чи моментом припливів, діючих на головне тіло. Момент TYORP ми не розглядаємо, бо вважаємо, що NYORP домінує в еволюції.

Для супутника виписується третій закон Кеплера  $\frac{r}{R_1} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{2/3} = \left(\frac{\omega_d}{\omega_2}\right)^{2/3}$ , який дозволяє переписати момент імпульсу в формі  $L = M_2 \omega_2 r^2 = M_2 R_1^{3/2} \omega_d r^{1/2}$ , для того щоб спростити рівняння руху

$$M_2 R_1^{3/2} \omega_d \frac{d(r^{1/2})}{dt} = T, \quad (17)$$

де  $T$  – момент BYORP чи момент припливів, діючих на супутник. Підставляючи рівняння (1), (2) у (16), та вирази (1), (3) у (17) і розв'язуючи відповідні диференціальні рівняння, отримуємо час, за який еволюціонує система під дією NYORP та припливів на головне тіле, та під дією BYORP і припливів на

супутник:

$$\tau_{\text{NYORP}} = \frac{8\pi R_1^2 c \omega_d \rho}{15\Phi C} \approx 1.96 \cdot 10^{15} \text{s} \quad (18)$$

$$\tau_{\text{tides,p}} = \frac{4a^6 Q}{15q^2 K \omega_d} \approx 1.92 \cdot 10^{17} \text{s} \quad (19)$$

$$\tau_{\text{BYORP}} = \frac{4\pi R_1^2 q^{1/3} c \omega_d \rho}{3B\Phi} \left( a_{\text{min}}^{-1/2} - a_{\text{max}}^{-1/2} \right) \approx 3.97 \cdot 10^{14} \text{s} \quad (20)$$

$$\tau_{\text{tides,s}} = \frac{2Q}{39q K \omega_d} \left( a_{\text{max}}^{13/2} - a_{\text{min}}^{13/2} \right) \approx 7.74 \cdot 10^{19} \text{s} \quad (21)$$

Значення констант наведено у Таблиці 1, величини  $B$ ,  $C$  взято згідно (31) та (32) (див. нижче), а характерна величина для  $K/Q = 10^{-7}$ .

Таким чином, значну роль для часу еволюції головного тіла відіграє NYORP, у той час як для супутника – припливи. Переводячи час у мільйони років,  $\tau_{\text{NYORP}} \approx 62$  Муг та  $\tau_{\text{BYORP}} \approx 12.6$  Муг. Що дуже цікаво, бо точно такий порядок величини має час життя астероїдів на навколосемних орбітах, 8 – 10 Муг.

Тепер оцінимо характерну швидкість формування односинхронних астероїдів. Зі списку 93 спостережуваних астероїдних пар, приведених<sup>17</sup>, ми розділяємо пари на ті, що могли раніше бути подвійносинхронними та односинхронними системами, за різницями між стандартними зоряними величинами головного тіла та його супутника. Вважаючи, що вибірка пар була зроблена з 700 000 орбіт астероїдів, отримуємо швидкість формування для односинхронних пар  $p_1 = 0.112 \pm 0.014 \text{ Gyr}^{-1}$ .

Добуток швидкості формування  $p_1$  на характерний час еволюції астероїда  $\tau_{\text{NYORP}}$  дає частину спостережуваних односинхронних подвійних астероїдів з керуючим механізмом еволюції YORP, яка дорівнює 0.007. Аналогічно, для односинхронних подвійних астероїдів з керуючим механізмом BYORP отримуємо 0.0014. Така частка подвійних астероїдів значно менша, ніж спостережувані дані, що підтримує припущення про те, що подвійні астероїди перебувають у стані рівноваги.

## 2.2 Вт-напіврівновага

Розглянемо випадок, коли супутник знаходиться у рівноважному стані, обумовленому BYORP моментом та припливами, а головне тіло може, але не зобов'язаний знаходитися у рівнозі. Таку рівновагу ми надалі називатимемо Вт-напіврівновагою. Підставляючи замість припливів формулу (1), замість BYORP моменту формулу (3), отримуємо

$$\omega_2 = \left( -\frac{BQ\Phi\omega_d^{8/3}}{K2\pi c\rho R_1^2 q^{4/3}} \right)^{3/14}. \quad (22)$$

Для цього випадку можливо оцінити величину  $BQ/K$  для кожного з астероїдів, оскільки в такій комбінації одразу зібрані усі погано відомі параметри. Ми припускаємо, що BYORP коефіцієнт  $B$  і добротність  $Q$  не залежать від радіуса головного тіла. Проте, припливне число Лава  $K$  може бути функцією радіуса  $R_1$ . Нажаль, різні теорії передбачають різні залежності.

Теорія запропонована<sup>18</sup> припускає, що астероїд є немонолітним тілом, яке цілком складається з купи каміння різної форми і невеликих розмірів, що утримуються гравітаційним тяжінням (англійський термін rubble pile). Важливо зазначити, що між камінням є вільний простір, і що припливне тертя діє по всьому об'єму астероїда. Згідно цього, припливне число Лава  $K \propto R_1$ . З іншого боку, згідно з<sup>19</sup>, припливне тертя виникає тільки у приповерхневому шарі астероїда, який також складається з купи каміння. Таким чином, припливне число Лава  $K \propto R_1^{-1}$ .

Ми ж припускаємо залежність у загальному вигляді,  $K \propto R_1^\beta$ , та вважаємо  $\beta$  за вільний параметр. Використовуючи зв'язок між шквидкістю обертання астероїда та припливним числом Лава для 44 односинхронних астероїдів, отримуємо значення  $\beta = -1.24 \pm 0.16$ , що близько до припущення<sup>19</sup>. Отримана кореляція між  $\omega_2$  та  $R_1^{-0.16} q^{-2/7}$  приведена на Рис. 4. Варто зауважити, що

через випадкову природу BYORP коефіцієнта  $B$  немає строгої функціональної залежності. Припускаючи експоненційний розподіл астероїдів за BYORP коефіцієнтом  $B$  (див. нижче Рис. 5) та знаходячи  $\omega_2$  з рівняння (12), прораховано ймовірності розташування астероїдів на різних відстанях від середнього значення, та позначено межі похибки в  $1\sigma$ ,  $2\sigma$  та  $3\sigma$  смугами різних кольорів. Легко побачити, що більшість астероїдів узгоджується з теоретичною залежністю і лежать у межах  $1\sigma$ .

Повертаючись до визначення параметрів, перегрупуємо множники у рівнянні (22), щоб отримати вираз

$$\frac{BQ}{K} = -\frac{2\pi c\rho R_1^2 q^{4/3} \omega_2^{14/3}}{\Phi \omega_d^{8/3}}. \quad (23)$$

Таким чином відношення  $\frac{BQ}{K}$  виражається цілком через інші краще відомі параметри астероїдів, такі як: густина астероїда  $\rho$ , відношення мас супутника і головного тіла  $q$ , радіус головного тіла  $R_1$ , сонячний потік  $\Phi$  та кутову швидкість обертання супутника  $\omega_2$ . Для усіх використаних односинхронних астероїдів з Pravec<sup>16</sup> приведена Таблиця 2, у якій прораховані значення  $\frac{BQ}{K}$ .

Усереднюючи за всіма переліченими астероїдами в логоріфмічному масштабі, отримуємо значення  $\left\langle \frac{BQ}{K} \right\rangle = 9014 \pm 1273$ , що узгоджується з середнім, наведеним у<sup>8</sup>.

### 2.3 Оцінки параметрів з NTVt-рівноваги

NYORP коефіцієнт  $C$  та BYORP коефіцієнт  $B$  значно залежать від асиметричності форми астероїда, і для нашого аналізу необхідне розуміння статистичних властивостей їх розподілу. Використовуючи формули з<sup>7</sup>, можливо знайти значення коефіцієнтів для фотометричних моделей форм з<sup>14</sup> і радарних моделей форм з<sup>15</sup>. Остаточний розподіл астероїдів за  $|B|$  та  $|C|$  показаний на Рис. 5. Оскільки кількість фотометричних моделей форм значно більша, ніж радарних

Таблиця 2: Відношення добутку BYORP коефіцієнту і добротності до припливного числа Лава для односинхронних астероїдів.

Asteroid	$T_2$ , h	$R_1$ , km	$q$	$\frac{BQ}{K}$
(1453) Fennia	23.0	3.165	0.022	7916
(2121) Sevastopol	37.15	4.3	0.069	9355
(2131) Mayall	23.48	4.1	0.027	15641
(2178) Kazakhstania	18.5	2.4	0.0176	12512
(2535) Hameenlinna	21.23	4.55	0.0156	21023
(3309) Brorfelde	18.46	2.2	0.0176	7269
(3433) Fehrenbach	19.66	3.7	0.0297	52838
(3749) Balam	33.38	2.05	0.0973	5887
(3841) Diccico	21.63	3.0	0.027	17725
(4383) Suruga	16.34	3.195	0.00686	13757
(4666) Dietz	33.2	3.15	0.064	8723
(5112) Kusaji	20.74	2.1	0.0298	11072
(5407) 1992 AX	13.51	1.85	0.0106	11147
(5477) Holmes	24.40	1.5	0.059	5175
(5481) Kiuchi	20.91	1.8	0.043	14833
(5905) Johnson	21.80	2.24	0.055	17500
(6186) Zenon	14.39	5.0	0.0219	272855
(6245) Ikufumi	15.44	2.95	0.0122	29182
(6369) 1983 UC	39.8	1.65	0.0507	555
(7088) Ishtar	20.63	0.525	0.074	1840
(8306) Shoko	36.2	1.2	0.0911	1247
(9069) Hovland	30.33	1.35	0.064	1667
(9260) Edwardolson	17.78	1.95	0.02	12249
(16635) 1993 QO	32.25	1.8	0.0429	1735
(17260) 2000 JQ <sub>58</sub>	14.76	1.65	0.0176	16867
(18527) 1996 VJ <sub>30</sub>	19.07	2.05	0.033	21523
(25021) Nischaykumar	23.495	1.0	0.022	1064
(26416) 1999 XM <sub>84</sub>	20.78	1.7	0.0298	8397
(31345) 1998 PG	14.01	0.41	0.064	5820
(43008) 1999 UD <sub>31</sub>	16.75	0.9	0.064	17691
(44620) 1999 RS <sub>43</sub>	33.63	0.95	0.059	591
(65803) Didymos	11.91	0.375	0.0106	605
(66063) 1998 RO <sub>1</sub>	14.55	0.4	0.111	1756
(66391) 1999 KW <sub>4</sub>	17.42	0.64	0.036	190
(76818) 2000 RG <sub>79</sub>	14.13	1.25	0.039	26898
(80218) 1999 VO <sub>123</sub>	33.1	0.44	0.033	65
(85938) 1999 DJ <sub>4</sub>	17.73	0.175	0.125	694
(137170) 1999 HF <sub>1</sub>	14.03	1.85	0.0122	1952
(175706) 1996 FG <sub>3</sub>	16.15	0.82	0.024	1052
(185851) 2000 DP <sub>107</sub>	42.13	0.43	0.064	17
(285263) 1998 QE <sub>2</sub>	31.31	1.5	0.0156	509
(399774) 2005 NB <sub>7</sub>	15.28	0.25	0.039	720
2017 RV <sub>1</sub>	14.15	0.16	0.064	1032
2018 TF <sub>3</sub>	10.51	0.11	0.0122	149
Geometric mean				9014 ± 1273



моделей, то дані для радарних моделей помножені на 10, щоб їх було видно на тому ж графіку, що й фотометричні моделі. Для розподілів за  $|B|$  та  $|C|$  для фотометричних і радарних моделей спостерігається експоненціальна залежність. Таким чином, густина ймовірності астероїдів, у просторі YORP коефіцієнтів  $B - C$  має вигляд

$$f_{B,C} = \frac{1}{4\langle B \rangle \langle C \rangle} e^{-\frac{|B|}{\langle B \rangle}} e^{-\frac{|C|}{\langle C \rangle}}, \quad (24)$$

де  $\langle B \rangle$  і  $\langle C \rangle$  – середні значення BYORP та NYORP коефіцієнтів відповідно. Отриманні методом найменших квадратів значення параметрів  $\langle B \rangle = 0.06$ ,  $\langle C \rangle = 0.0121$  для фотометричних моделей форми та  $\langle B \rangle = 0.028$ ,  $\langle C \rangle = 0.0045$  для радарних моделей форми.

Таблиця 3: NYORP коефіцієнти для радарних моделей форми подвійних астероїдів

Asteroid	$C$
(65803) Didymos	0.001311
(66391) 1999 KW <sub>4</sub>	0.000136
(136617) 1994 CC	-0.000116
(175706) 1996 FG <sub>3</sub>	0.000691
(276049) 2002 CE <sub>26</sub>	0.000508
Estimated $\langle C \rangle$	$0.00055 \pm 0.00022$

Для подвійних астероїдів є всього лише п'ять радарних моделей головного тіла. Ці астероїди наведено у Таблиці 3 з їх значеннями NYORP коефіцієнтів. Середнє значення для них  $\langle C \rangle = 0.00055 \pm 0.00022$  значно менше, ніж середнє значення, отримане з фотометричних та радарних моделей форми. І це має сенс, бо подвійні астероїди формуються з одинарних астероїдів, які розкручуються до великих швидкостей. Через це відцентрові сили переформовують астероїд так, що він згладжується і виникає осьова симетрія, що зменшує значення NYORP та BYORP коефіцієнтів. Тому, коли одинарний астероїд розпався на подвійний, його компоненти має більш згладжену форму, ніж у одинарних астероїдів, що ще не розпались.

Вибірка лише з п'яти астероїдів ледве дає можливість стверджувати вірність такого значення  $\langle C \rangle$ . До того ж, моделей супутника подвійної системи немає,

окрім однієї, і навіть її роздільна здатність є недостатньою. Тому необхідний новий підхід для визначення цих параметрів.

Припускаючи, що всі спостережувані подвійні односинхронні астероїди знаходяться у NTBt-рівновазі, ми зробимо оцінки погано визначених параметрів: теплопровідності астероїдів  $\kappa$ , співвідношення припливного числа Лава до добротності  $\frac{K}{Q}$  та середніх значень BYORP та NYORP коефіцієнтів,  $\langle B \rangle$  та  $\langle C \rangle$  відповідно.

Використовуючи зв'язок між рівноважними кутовими швидкостями обертання та BYORP і NYORP коефіцієнтами з рівнянь (9) – (12), можливо зробити перехід з простору YORP коефіцієнтів  $B - C$  до простору кутових швидкостей  $\omega_1 - \omega_2$ . Для спрощення виразу введемо допоміжні константи

$$\xi_1 = \frac{((1 - \alpha)\Phi)^{3/2}(\epsilon\sigma)^{1/2}}{C_s\rho_s}\theta_0^2, \quad (25)$$

$$\xi_2 = \omega_d \left( \frac{2\pi c\rho R_1^2\omega_d^2 q^{4/3}}{\Phi} \right)^{-3/14}. \quad (26)$$

Тоді густина ймовірності існування астероїда у просторі кутових швидкостей  $\omega_1 - \omega_2$  матиме вигляд

$$f_{\omega_1, \omega_2} = \frac{7D}{3\nu^2} \frac{1}{\langle B \rangle \langle C \rangle} \frac{K}{Q\xi_2\omega_1} \left( \frac{\omega_2}{\xi_2} \right)^{11/3} \ln \left( \frac{\omega_1\kappa}{\xi_1} \right) \cdot \exp \left[ -\frac{\ln^2(\omega_1\kappa/\xi_1)}{\nu^2} \right] e^{-\frac{|B|}{\langle B \rangle}} e^{-\frac{|C|}{\langle C \rangle}}. \quad (27)$$

Далі ми використовуємо метод максимальної правдоподібності, основна ідея якого виписати функцію правдоподібності, яка містить невідомі параметри, змінні та дані. Для неї необхідно знайти максимум, вважаючи за аргументи невідомі параметри, значення яких шукаються.

Для кожного з 44 спостережуваних односинхронних подвійних астероїдів, що вважаються у стані NTBt-рівноваги, виписуємо густину ймовірності  $f_i$  згідно рівняння (27), як функцію параметрів  $\kappa$ ,  $\frac{K}{Q}$ ,  $\langle B \rangle$  and  $\langle C \rangle$ . Отже функція прав-

доподібності у нашому випадку буде добутком усіх таких густин імовірності

$$f(\mathbf{x}) = \prod_i f_i(\mathbf{x}, \boldsymbol{\psi}, \boldsymbol{\chi}_i). \quad (28)$$

У цьому рівнянні  $\mathbf{x}$  слід розуміти як 4D-вектор у просторі параметрів  $(\kappa, \frac{K}{Q}, \langle B \rangle, \langle C \rangle)$ ,  $\boldsymbol{\psi}$  – це набір визначених для астероїдів величин (випромінювальна здатність, сонячна стала, TYORP сталі  $D$ ,  $\nu$  and  $\theta_0$ , густина каменів, теплоємність, альbedo, середня густина астероїдів і т.д.), а  $\boldsymbol{\chi}_i$  – набір змінних, характерних для кожного астероїда поодиноці (радіуси астероїдів, відношення мас супутника до головного тіла, сонячний потік, періоди подвійної системи і т.д.)

Спочатку задаємо межі, у яких змінюються параметри, та сітка с шагом  $\mathbf{h}^*$  для даного 4D-простору параметрів і знаходимо вузол сітки  $\mathbf{x}^*$  з найбільшою ймовірністю. Потім зменшуємо межі параметрів до області  $\mathbf{x}^* \pm \mathbf{h}^*$ , і знову повторюємо процес. З якогось моменту ми виходимо на стабільне значення параметрів, які й вважаємо за середні значення параметрів.

Щоб визначити дисперсію, усі односинхронні подвійні астероїди поділено на дві групи з однаковою кількістю елементів випадковим чином. Для кожної з груп повторюються процес пошуку максимального значення, що описаний вище. Повторюючи ділення на групи випадковим чином і пошук максимуму багато разів, маємо набір різних значень параметрів для стійкої NTBt-рівноваги, який дозволяє обчислити середнє значення параметрів та дисперсії

$$\kappa = 1.09 \cdot 10^{-3} \pm 3.4 \cdot 10^{-3} \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}, \quad (29)$$

$$\frac{K}{Q} = 1.8 \cdot 10^{-7} \pm 0.45 \cdot 10^{-7}, \quad (30)$$

$$\langle B \rangle = 1.3 \cdot 10^{-3} \pm 0.6 \cdot 10^{-3}, \quad (31)$$

$$\langle C \rangle = 1.12 \cdot 10^{-3} \pm 0.15 \cdot 10^{-3}. \quad (32)$$

Якщо промодельовати методом Монте-Карло кутові швидкості обертання по-

двійних астероїдів у NTVt-рівновазі, то отримаємо Рис. 5. Дані значення параметрів дають значно кращий результат ніж ті, які були представлені на Рис. 3.

Крім того є інший підхід, щоб визначити теплопровідність  $\kappa$ . Як можна бачити для червоних крапок на Рис. 6, які побудовані методом Монте-Карло, астероїди мають нижню границю для кутової швидкості  $\omega_1$ . З рівнянь (10) та (11) легко помітити, що мінімальне значення  $\omega_1$  досягається у випадку, коли термальний параметер  $\theta = \theta_0$ . В результаті кутова швидкість головного тіла пропорційна  $\kappa^{-1}$  і не залежить від  $K/Q$ ,  $\langle B \rangle$  та  $\langle C \rangle$ . Таким чином керуючись тим, щоб це мінімальне значення співпадало з мінімальним значенням кутової швидкості серед спостережуваних астероїдів, можливо віднайти  $\kappa = 4 \cdot 10^{-3} \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ . Порівнюючи це значення з (29), бачимо що не тільки вони одного порядку, але й, враховуючи похибки, збігаються.

Отримані значення YORP коефіцієнтів  $\langle B \rangle = 1.3 \cdot 10^{-3} \pm 0.5 \cdot 10^{-3}$  та  $\langle C \rangle = 1.12 \cdot 10^{-3} \pm 0.06 \cdot 10^{-3}$  значно менші тих, що отримані фітінгом одинарних астероїдів на Рис. 5 ( $\langle B \rangle = 0.06$  та  $\langle C \rangle = 0.0121$  для фотометричних моделей, і  $\langle B \rangle = 0.028$  та  $\langle C \rangle = 0.0045$  для радарних моделей). Проте, очікуючи, що подвійні астероїди не так давно сформувались внаслідок дезінтеграції одинарного астероїда через відцентрові сили, можливо що, форми подвійних більш симетричні. Значення для YORP коефіцієнтів добре узгоджуються з оцінками для радарних форм подвійних астероїдів.

Відношення  $BQ/K = 1.4 \cdot 10^4$  трохи перевищує середнє значення для астероїдів, розглянутих у<sup>8</sup> у припущенні, що супутник знаходиться у стійкій рівнозі між BYORP та припливами. Проте, ми спостерігаємо непогане узгодження з середнім значенням, отриманим з Vt-напіврівноваги.

Для теплопровідності  $\kappa = 1.09 \cdot 10^{-3} \pm 3.4 \cdot 10^{-3} \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$  за методом найбільшої правдоподібності порядок величини точно такий як і для реголіту

$\kappa = 0.0015 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ . З іншого боку значення  $\kappa = 4 \cdot 10^{-3} \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$ , отримане за допомогою Монте-Карло, того ж самого порядку, проте може свідчити про те, що TYORP виникає переважно від реголіта, але й є внесок від каменів.

На Рис. 7 показано розподіл періодів обертання супутників відносно головного тіла в залежності від відношення мас  $q$ . Червона лінія показує теоретичну залежність для  $T_{\text{orb}}(q)$  у випадку NTBt-рівноваги. Найкраще узгождені з теорією подвійні з поясу астероїдів розмірами від 2 до 5 km у діаметрі, та розмірами більшими ніж 5 km (позначено червоними та зеленими крапками відповідно). Навколоземні астероїди, менші ніж 2 km, лежать нижче теоретичної прямої, тобто мають менші періоди обертання (блакитні крапки). Цей результат логічний, оскільки  $T_{\text{orb}}^{-1} \propto \omega_2 \propto \Phi^{3/14}$  (див. рівняння 22) і навколоземні астероїди мають більший сонячний потік. Також серед рожевих точок, які відповідають астероїдам невідомої синхронності, більшість лежить у межах  $2\sigma$  і підкорюються тенденції збільшення  $T_{\text{orb}}(q)$  для одиносинхронних подвійних астероїдів.

## Висновки

У роботі було розглянуто принципово новий стан рівноваги подвійних астероїдів, NTBt-рівновага, яка базується на тому, що головне тіло знаходиться в рівновазі між NYORP, TYORP та припливами, а супутник – між припливами та BYORP. Цей стан рівноваги дуже чутливий до значень теплопровідності, YORP коефіцієнтів та величин, що характеризують припливи, так що його ймовірність змінюється від долі відсотка до понад 20%.

За приведенними у роботі оцінками часу життя подвійних астероїдів, еволюція яких ґрунтується на YORP моментах, отримуємо занадто малу частку для спостережуваних односинхронних подвійних астероїдів. Ми припускаємо, що всі односинхронні подвійні астероїди знаходяться у NTBt-рівновазі, що не протирічить спостережуваним даним. За цим підходом можемо оцінити значення погано визначених параметрів, таких як теплопровідність  $\kappa$ , відношення припливного числа Лава до добротності  $\frac{K}{Q}$ , середні значення YORP коефіцієнтів  $\langle B \rangle$  та  $\langle C \rangle$ . Отриманні за допомогою методу найбільшої правдоподібності значення узгоджуються за порядком величини зі значеннями, отриманими різними методиками іншими авторами.

Для пошуку середнього значення  $\langle C \rangle$  також проаналізовано радарні моделі подвійних астероїдів та одинарних астероїдів. Як результат, це значення  $\langle C \rangle$  для подвійних менше, ніж для одинарних, проте є добре узгодження з оцінками за методом найбільшої правдоподібності. Оцінки  $\frac{BK}{Q}$  з розгляду Bt-напіврівноваги для кожного з 44 односинхронних подвійних астероїдів такі ж за порядком величини, що й оцінки, отримані з методу найбільшої правдоподібності. Невелике значення  $\kappa$ , близьке до значення теплопровідності реголіту, може означати, що значний вклад в TYORP дає саме реголіт, проте є вклад і від каміння.

Добре узгодження значень параметрів, отриманих різними методами, а також щільна кластеризація подвійно синхронних астероїдів в площині  $\omega_1 - \omega_2$ ,

служать непрямим підтвердженням нашої початкової гіпотези про те, що спостережувані астероїди знаходяться в рівноважних станах. Подальші спостереження космічних проектів DART та HERA могли б довести або спростувати цю гіпотезу.

У разі успіху, відкриваються нові можливості не тільки для теоретичного розуміння структури астероїдів та їх еволюції, але й можливість детальніше передбачувати їх рух та змінювати його. Наприклад, для видобування корисних копалин, елементів, ресурсів з них чи для захисту Землі від загрози зіткнення з масивними астероїдами.

Мій вклад в написання данної роботи починається з отримання рівноважних значень кутових швидкостей астероїдів, у випадку рівноваги, запропонованної моїм науковим керівником, а також обробка інформації даних з астероїдів (Dammit та radar) для формування за допомогою методу Монте-Карло можливих рівноважних значень для астероїдних пар. У частині зі знаходженням чотирьох погановідомих параметрів, я оцінив характерний час еволюції подвійної системи під дією різних домінуючих моментів сили. Крім того, оцінка відношення параметрів  $BQ/K$  у випадку напіврівноваги для усіх подвійних астероїдів. Та отримав статистичні формули для визначення параметрів теплопровідності  $\kappa$ , NYORP та BYORP констант  $C$  та  $B$ , та відношення припливного числа Лава до добротності астероїда  $K/Q$ , при умові NTBt – рівноваги, та написав програму базуючись на методі найбільшої правдоподібності для знайдення цих параметрів.

## Література

- [1] Unukovych V. Scheeres D. J Golubov, O. A new equilibrium state for singly synchronous binary asteroids. *apjl* 857, 15. 2018.
- [2] Chesley S. R. Scheeres D. J. Statler T. S. Vokrouhlický D., Bottke W. F. The yarkovsky and yorp effects. *asteroids iv*, michel p., demeo f. e., bottke w. f. (eds.), p. 509-531. 2015.
- [3] D.P. Rubincam. Radiative spin-up and spin-down of small asteroids. *icarus*, 148(1), pp.2-11. 2000.
- [4] Burns J. A. Čuk M. Effects of thermal radiation on the dynamics of binary neas. *icarus*, 176, 418-431. 2005.
- [5] O. Golubov and Y.N. Krugly. Tangential component of the yorp effect. *the astrophysical journal letters*, 752(1), p. 111. 2012.
- [6] Scheeres D.J. Golubov O. Systematic structure and sinks in the yorp effect. *aj* 157, 105. 2019.
- [7] Scheeres D.J. Golubov O. Equilibrium rotation states of doubly synchronous binary asteroids. *apjl* 833, 123. 2016.
- [8] Scheeres D. J. Jacobson S. A. Long-term stable equilibria for synchronous binary asteroids. *apjl*, 736, 119. 2011.
- [9] Pravec P. Taylor P. Carry B. Margot, J.L. and S. Jacobson. Asteroid systems: binaries, triples, and pairs. *asteroids iv*, pp.355-374. 2015.
- [10] Krugly Y. N. Golubov O., Scheeres D. J. A three-dimensional model of tangential yorp. *apj* 794, 22. 2014.
- [11] Scheeres D. J. Krugly Yu. N. Ševeček P., Golubov O. Obliquity dependence of the tangential yorp. *a&a* 592, a115. 2016.



- 
- [12] Golubov O. Analytic model of tangential yorp. *aj* 154, 238 (2017). 2017.
- [13] Čapek D. & Ďurech J. Ševeček P., Brož M. The thermal emission from boulders on (25143) itokawa and general implications for the yorp effect. *mnras* 450, 2104. 2015.
- [14] Kaasalainen M. Ďurech J, Sidorin V. Damit: a database of asteroid models. *a&a* 513, a46. 2010.
- [15] L. A. M. Benner. Asteroid shape models. <http://echo.jpl.nasa.gov/asteroids/shapes/shapes.html>. Accessed 13-12-2017.
- [16] Scheirich P. Kušnirák P. Hornoch K. Galád A. et al. Pravec, P. Binary asteroid population. 3. secondary rotations and elongations, *icarus* 267, 267-295. 2016.
- [17] Fatka P. Vokrouhlický Pravec, P. D. asteroid pairs: a complex picture, *icarus*, submitted. 2019.
- [18] Sari R. Goldreich, P. Tidal evolution of rubble piles. *the astrophysical journal*, 691(1), p.54. 2009.
- [19] Matsuyama I. Nimmo, F. Tidal dissipation in rubble-pile asteroids. *icarus*, accepted. 2019.