

Шифр:

ТемЗа

**ТЕМПЕРАТУРНА ЗАЛЕЖНІСТЬ ШВИДКОСТІ ДРЕЙФУ
ФЕРОМАГНІТНИХ НАНОЧАСТИНОК В РІДИНАХ**

ЗМІСТ

I. ВСТУП	3
II. СИСТЕМА СТОХАСТИЧНИХ РІВНЯНЬ РУХУ	4
А. Стохастичні рівняння динаміки намагніченості	7
Б. Випадкова швидкість частинки	9
III. ШВИДКІСТЬ ДРЕЙФУ ЧАСТИНКИ	11
IV. ТЕМПЕРАТУРНІ ЕФЕКТИ В ДРЕЙФОВОМУ РУСІ: ЧИСЕЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ	13
V. ВИСНОВКИ	18
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	19

I. ВСТУП

Зовсім недавно у рамках детерміністичного підходу було теоретично передбачено та чисельно підтверджено явище дрейфового руху однодоменних феромагнітних частинок у в'язкій рідині [1]. Такий рух виникає внаслідок синхронізованої дії на частинки змінної сили, яка викликає їх коливальний рух, та зовнішнього однорідного магнітного поля, яке породжує змінний момент сил і викликає їх нерівномірне обертання. Фізичною причиною цього явища є ефект Магнуса, тобто вплив обертання частинки на її траєкторію.

У роботі [2] запропоновано точно розв'язувану модель, з використанням якої визначено основну характеристику дрейфового руху частинок – їх швидкість дрейфу. В основі цієї моделі лежить припущення, що тепловими флуктуаціями можна знехтувати. Просте порівняння теплової енергії з магнітною показує, що таке припущення є справедливим, якщо розмір частинок перевищує десятки нанометрів. Однак для визначення швидкості дрейфу у найбільш важливому випадку частинок меншого розміру (саме такі частинки зазвичай використовуються у феромагнітних рідинах) необхідно враховувати дію теплових флуктуацій. Вирішення цієї проблеми має не лише теоретичне, але й практичне значення, зокрема, для розробки нового методу сепарації частинок, що базується на їх дрейфовому русі.

Одним з найбільш ефективних методів вивчення впливу теплових флуктуацій на поведінку динамічних систем є метод рівнянь Ланжевена, в яких дія цих флуктуацій моделюється гаусівськими білими шумами [3, 4]. Основною перевагою цього методу є те, що розв'язком рівнянь Ланжевена є марковський процес, густина імовірності якого задовольняє рівнянню Фоккера-Планка [5, 6]. В даній роботі саме метод рівнянь Ланжевена і Фоккера-Планка використано для вивчення ролі теплових флуктуацій в дрейфовому русі наночастинок і для визначення температурної залежності швидкості їх дрейфу.

II. СИСТЕМА СТОХАСТИЧНИХ РІВНЯНЬ РУХУ

Підхід, який використовувався в [1, 2], був суто детерміністичним, тобто теплові флуктуації в поступальній та обертальній динаміці часток повністю ігнорувалися. Відповідно до [1], це наближення справедливе, якщо розмір частинок перевищує кілька десятків, а то й сотень нанометрів. У той же час, щоб частинка залишалась однодоменною, її розмір повинен бути меншим, ніж критичний, який зазвичай не перевищує сотень нанометрів (див., наприклад, [7, 8]). Як наслідок, застосування детерміністичного підходу обмежується лише відносно великими однодоменними частинками. Тому, щоб описати дрейфовий рух менших частинок, треба враховувати вплив теплових флуктуацій.

Стохастична динаміка намагніченості у нерухомих однодоменних частинках спочатку була досліджена Брауном [9]. Для опису цієї динаміки він ввів стохастичне рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта, в якому теплові флуктуації визначаються випадковим магнітним полем з гаусівськими компонентами білого шуму, та отримав відповідне рівняння Фоккера-Планка. Цей підхід (на підставі стохастичних рівнянь Ландау-Ліфшиця-Гільберта або Ландау-Ліфшиця) став стандартним інструментом для вивчення динаміки намагніченості в наносистемах [10].

Система стохастичних диференціальних рівнянь для обертального руху феромагнітних частинок у в'язкій рідині залежить від того, вектор намагніченості в заморожений в тіло частинки [3] чи ні [11, 12]. У першому випадку, якщо анізотропне магнітне поле помітно перевищує зовнішнє, обертальна динаміка частинок задовольняє другому закону Ньютона для обертання з сумарним обертальним моментом, що містить внесок білого шуму. Цей підхід широко використовується при вивченні ролі теплових флуктуацій в динаміці зважених частинок [3] (про конструктивну роль цих флуктуацій див., наприклад, [13–15]). Але роль температури в дрейфовому русі однодоменних феромагнітних частинок, індукованому силою Магнуса, ніколи раніше не досліджувалася. Тому, щоб заповнити цей пробіл, в даній роботі ми розробляємо статистичну теорію дрейфу феромагнітних частинок і визначаємо залежність швидкості

дрейфу частинок від температури.

У нашій моделі феромагнітні частинки, що рухаються у в'язкій рідині, вважаються сферичними та гладкими. Їх радіус a вважається настільки малим, що реалізується однодоменний стан, і тому намагніченість частинок \mathbf{M} є функцією лише часу: $\mathbf{M} = \mathbf{M}(t)$. Якщо анізотропне магнітне поле досить велике, то вектор \mathbf{M} приблизно паралельний осі анізотропії. У цьому наближенні намагніченість в морожена в частинку і, отже, її динаміка регулюється кінематичним диференціальним рівнянням $d\mathbf{M}/dt = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M}$, де $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(t)$ - кутова швидкість частинки. Також ми припускаємо, що поступальне та обертальне числа Рейнольдса, \mathbf{Re}_t і \mathbf{Re}_r , значно менші 1 (оскільки $\max(a)$ зазвичай не перевищує кількох сотень нанометрів [7, 8], ця умова не є дуже обмежувальною для зважених частинок). У цьому випадку інерційними ефектами в динаміці частинок можна знехтувати і, як наслідок, рівняння для поступального та обертального рухів частинки зводяться до рівнянь балансу сили та моменту, $\mathbf{F} = \mathbf{0}$ і $\mathbf{T} = \mathbf{0}$, відповідно.

Нехтуючи взаємодією між частинками, ми включаємо в загальну силу \mathbf{F} вплив на частинку зовнішньої рушійної сили $\mathbf{f}_d = \mathbf{f}_d(t)$, силу тертя $\mathbf{f}_f = \mathbf{f}_f(t)$, підйомну силу Магнуса $\mathbf{f}_l = \mathbf{f}_l(t)$ та випадкову силу $\mathbf{f} = \mathbf{f}(t)$. Вибираємо рушійну силу у вигляді $\mathbf{f}_d = f_m \sin(\Omega t - \phi) \mathbf{e}_x$, де f_m , Ω , і ϕ - відповідно амплітуда, кутова частота та початкова фаза сили, а \mathbf{e}_x - одиничний вектор вздовж осі x в декартовій системі координат. Згідно з припущеннями, сила тертя визначається законом Стокса, $\mathbf{f}_f = -6\pi\eta a \mathbf{v}$ (η - це динамічна в'язкість рідини, $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$ - лінійна швидкість частинки), а сила Магнуса визначається за формулою [16] $\mathbf{f}_l = \pi\rho a^3 \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}$ (ρ - щільність рідини, знак \times позначає векторний добуток). Нарешті, будемо вважати, що випадкова сила, яка враховує теплові флуктуації, є гаусівським білим шумом з нульовим середнім значенням та кореляційною функцією (див., наприклад, посилання [3])

$$\langle f_i(t) f_j(t') \rangle = 2\Delta_1 \delta_{ij} \delta(t - t'). \quad (2.1)$$

Тут $f_i(t)$ ($i = x, y, z$) - декартові компоненти випадкової сили, кутові скобки позначають усереднення по всіх можливих реалізаціях $\mathbf{f}(t)$, $\Delta_1 = 6\pi\eta a k_B T$ -

інтенсивність шуму, k_B - постійна Больцмана, T - абсолютна температура, δ_{ij} - символ Кронекера, і $\delta(\tau)$ - δ функція Дірака. Таким чином, у даному випадку рівняння балансу сил $\mathbf{f}_d + \mathbf{f}_f + \mathbf{f}_l + \mathbf{f} = \mathbf{0}$ є стохастичним і може бути записано у формі

$$\mathbf{v} - \frac{\text{Re}_r}{6\omega_m} \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} = v_m \sin(\Omega t - \phi) \mathbf{e}_x + \frac{1}{6\pi\eta a} \mathbf{f}, \quad (2.2)$$

де обертальне число Рейнольдса визначається як $\text{Re}_r = \rho a^2 \omega_m / \eta$, $\omega_m = \max |\boldsymbol{\omega}|$, і $v_m = f_m / 6\pi\eta a$. (Зазначимо для повноти, що поступальне число Рейнольдса визначається як $\text{Re}_t = \rho a v_m / \eta$.)

Далі припускається, що зважені частинки знаходяться під дією однорідного зовнішнього магнітного поля $\mathbf{H} = \mathbf{H}(t)$. Оскільки обертальний момент, який діє на магнітний момент частинки $V\mathbf{M}$ ($V = 4\pi a^3/3$ - об'єм частинки), дорівнює $V\mathbf{M} \times \mathbf{H}$, а намагніченість вважається в замороженою в частинку, механічний обертальний момент \mathbf{t}_m , індукований магнітним полем, визначається виразом $\mathbf{t}_m = V\mathbf{M} \times \mathbf{H}$. Додатково до цього вкладу загальний обертальний момент \mathbf{T} , що діє на частинку, включає також момент тертя $\mathbf{t}_f = -8\pi\eta a^3 \boldsymbol{\omega}$ і випадковий момент $\mathbf{t} = \mathbf{t}(t)$, який апроксимується іншим гаусівським білим шумом з $\langle t_i(t) \rangle = 0$ і

$$\langle t_i(t) t_j(t') \rangle = 2\Delta_2 \delta_{ij} \delta(t - t'), \quad (2.3)$$

де $\Delta_2 = 6\eta V k_B T$ - інтенсивність цього шуму [3]. Тому рівняння балансу моментів приймає вигляд $\mathbf{t}_m + \mathbf{t}_f + \mathbf{t} = \mathbf{0}$, і його розв'язок відносно кутової швидкості частинки дає

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{6\eta} \mathbf{M} \times \mathbf{H} + \frac{1}{6\eta V} \mathbf{t}. \quad (2.4)$$

Підставляючи цей вираз для кутової швидкості в кінематичне рівняння, отримуємо наступне стохастичне диференціальне рівняння для намагніченості частинки:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{M} = -\frac{1}{6\eta} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}) - \frac{1}{6\eta V} \mathbf{M} \times \mathbf{t}. \quad (2.5)$$

Таким чином, в цій моделі поступальний та обертальний рухи зважених феромагнітних частинок описуються стохастичними рівняннями (2.2), (2.4) і (2.5). Вони показують, що, хоча обертання частинки впливає (завдяки силі

Магнуса) на поступальний рух, її обертання не залежить від поступального руху. Тому, щоб знайти статистичні характеристики поступального руху таких частинок, включаючи їх дрейфову швидкість, ми повинні спочатку визначити обертальні властивості, які описуються рівняннями (2.4) і (2.5).

А. Стохастичні рівняння динаміки намагніченості

Для початку перепишемо рівняння (2.5) у безрозмірному вигляді. Шляхом введення безрозмірних часу $\tau = \Omega t / 2\pi$, намагніченості $\mathbf{m} = \mathbf{m}(\tau) = \mathbf{M}(2\pi\tau/\Omega)/M$, зовнішнього магнітного поля $\mathbf{h} = \mathbf{h}(\tau) = \mathbf{H}(2\pi\tau/\Omega)/H_m$ ($H_m = \max |\mathbf{H}|$), і гаусівського білого шуму $\boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\xi}(\tau) = \mathbf{t}(2\pi\tau/\Omega) / \sqrt{4\eta a^3 \Omega k_B T}$, отримуємо

$$\dot{\mathbf{m}} = -\alpha \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{h}) - \beta \mathbf{m} \times \boldsymbol{\xi}. \quad (2.6)$$

Тут точка над символом позначає похідну по τ , середнє значення шуму і кореляційна функція даються виразами

$$\langle \xi_i(\tau) \rangle = 0, \quad \langle \xi_i(\tau) \xi_j(\tau') \rangle = 2\delta_{ij} \delta(\tau - \tau'), \quad (2.7)$$

а безрозмірні параметри α і β мають наступний вигляд:

$$\alpha = \frac{\pi M H_m}{3\eta \Omega}, \quad \beta = \left(\frac{k_B T}{4\eta a^3 \Omega} \right)^{1/2}. \quad (2.8)$$

Згідно з рівнянням (2.6) параметр α характеризує зворотній релаксаційний час обертання, а параметр β характеризує величину теплових флуктуацій. Зазначимо також, що в цих змінних кутова швидкість частинки (2.4) виглядає так:

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{\Omega}{2\pi} (\alpha \mathbf{m} \times \mathbf{h} + \beta \boldsymbol{\xi}). \quad (2.9)$$

Далі, представимо одиничний вектор \mathbf{m} у вигляді

$$\mathbf{m} = \sin \theta \cos \varphi \mathbf{e}_x + \sin \theta \sin \varphi \mathbf{e}_y + \cos \theta \mathbf{e}_z, \quad (2.10)$$

де $\theta = \theta(\tau)$ і $\varphi = \varphi(\tau)$ - відповідно полярний та азимутальний кути \mathbf{m} . Крім того, припускаємо, що зовнішнє магнітне поле має фіксовану величину $|\mathbf{H}| =$

H_m ($|\mathbf{h}| = 1$), лежить в площині xy і неоднорідно обертається навколо осі x , тобто

$$\mathbf{h} = \cos \psi \mathbf{e}_x + \sin \psi \mathbf{e}_y, \quad (2.11)$$

де $\psi = \psi(\tau)$ азимутальний кут вектора \mathbf{h} . Тепер, замінивши (2.10) і (2.11) в рівнянні (2.6), отримуємо систему стохастичних рівнянь для полярного та азимутального кутів вектора намагніченості

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \alpha \cos \theta \cos (\psi - \varphi) - \beta(\xi_x \sin \varphi - \xi_y \cos \varphi), \\ \dot{\varphi} &= \alpha \frac{\sin (\psi - \varphi)}{\sin \theta} - \beta \cot \theta (\xi_x \cos \varphi + \xi_y \sin \varphi) + \beta \xi_z. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Тут кут ψ - задана функція безрозмірного часу τ , яка, як і рушійна сила, задовольняє умовам антисиметрії $\psi(\tau + 1/2) = -\psi(\tau)$. Слід також підкреслити, що ця умова означає, що $\psi(\tau)$ - періодична функція з періодом 1

Для зручності введемо нову змінну, кут відставання $\chi = \psi - \varphi$, замість азимутального кута φ . Тоді рівняння (2.12) можуть бути переписані у формі

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \alpha \cos \theta \cos \chi - \beta[\xi_x \sin (\psi - \chi) - \xi_y \cos (\psi - \chi)], \\ \dot{\chi} &= \dot{\psi} - \alpha \frac{\sin \chi}{\sin \theta} + \beta \cot \theta [\xi_x \cos (\psi - \chi) + \xi_y \sin (\psi - \chi)] - \beta \xi_z. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Ці стохастичні диференціальні рівняння можна використовувати для вивчення впливу теплових флуктуацій на дрейф частинок. Але, базуючись на відповідному рівнянні Фоккера-Планка, можна отримати ефективні стохастичні рівняння, які значно простіші для чисельного розрахунку. Ці рівняння мають вигляд

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \alpha \cos \theta \cos \chi + \beta^2 \cot \theta + \sqrt{2} \beta \zeta_1, \\ \dot{\chi} &= \dot{\psi} - \alpha \frac{\sin \chi}{\sin \theta} - \sqrt{2} \beta \frac{1}{\sin \theta} \zeta_2, \end{aligned} \quad (2.14)$$

де гаусівські білі шуми $\zeta_i = \zeta_i(\tau)$ ($i = 1, 2$) інтерпретуються по Ітô [17] і характеризуються моментами

$$\langle \zeta_i(\tau) \rangle = 0, \quad \langle \zeta_i(\tau) \zeta_j(\tau') \rangle = \delta_{ij} \delta(\tau - \tau'). \quad (2.15)$$

Це означає, що розв'язки рівнянь (2.13) та (2.14) відносно полярного кута та кута відставання, $\theta(\tau)$ і $\chi(\tau)$, мають однакову щільність ймовірностей $P(\theta, \chi, \tau)$. Термін 'ефективний' використовується тут щоб підкреслити, що система рівнянь (2.14) (i) не є системою звичайних стохастичних диференціальних рівнянь (оскільки член $\beta^2 \cot \theta$ породжується тепловими флуктуаціями) і (ii) є набагато простішою, ніж система базових рівнянь (2.13).

Цікава властивість рівнянь (2.14), що випливає з результатів роботи [18], полягає в тому, що, незважаючи на мультиплікативний характер шуму ζ_2 , статистичні характеристики їх розв'язку не залежать від інтерпретації шумів ζ_i [15]. Слід звернути увагу також на те, що системи ефективних стохастичних диференціальних рівнянь, що описують обертальну динаміку феромагнітних частинок у в'язкій рідині та динаміку намагніченості в нерухомих феромагнітних частинках були запропоновані в роботах [19] та [20], відповідно.

Б. Випадкова швидкість частинки

В принципі, можна знайти точний розв'язок рівняння (2.2) відносно безрозмірної швидкості частинки $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\tau) = \mathbf{v}(2\pi\tau/\Omega)/v_m$. Однак, оскільки сила Магнуса знайдена з лінійною точністю (по числу Рейнольдса) [16], розв'язок цього рівняння повинен визначатися з такою ж точністю. Тому, представив \mathbf{u} у вигляді $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1$, де $|\mathbf{u}_0| \sim 1$ і $|\mathbf{u}_1| \sim \text{Re}_r$, із рівняння (2.2) одразу знаходимо

$$\mathbf{u}_0 = \sin(2\pi\tau - \phi) \mathbf{e}_x + \sigma \mathbf{v} \quad (2.16)$$

і

$$\mathbf{u}_1 = \frac{\text{Re}_r}{6\omega_m} \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}_0. \quad (2.17)$$

Тут, $\sigma = \sqrt{\Omega k_B T / 2\pi f_m v_m}$ - безрозмірний параметр, що характеризує величину випадкової сили, а $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\tau) = \mathbf{f}(2\pi\tau/\Omega) / \sqrt{3\eta a \Omega k_B T}$ - безрозмірний гаусівський білий шум, що характеризується моментами

$$\langle v_i(\tau) \rangle = 0, \quad \langle v_i(\tau) v_j(\tau') \rangle = 2\delta_{ij} \delta(\tau - \tau'). \quad (2.18)$$

Таким чином, відповідно до (2.16) і (2.17), випадкова швидкість частинки може бути записана як

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & \left(\mathbf{e}_x + \frac{\text{Re}_r}{6\omega_m} \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{e}_x \right) \sin(2\pi\tau - \phi) \\ & + \sigma \left(\boldsymbol{\nu} + \frac{\text{Re}_r}{6\omega_m} \boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\nu} \right). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Важливо зазначити, що вираз (2.19) справедливий лише тоді, коли кутова швидкість частинки $\boldsymbol{\omega}$ не містить вкладу білого шуму. Причиною є те, що множення узагальнених функцій, включаючи гаусівські білі шуми, не визначається математично (докладніше див., наприклад, [21]). Отже, якщо $\boldsymbol{\omega}$ задано формулою (2.9), то вираз (2.19) для швидкості частинки не є коректним (оскільки \mathbf{u} містить член, пропорційний $\boldsymbol{\xi} \times \boldsymbol{\nu}$). Однак, вираз (2.19) може бути використаний для визначення швидкості дрейфу цих частинок, як показано нижче.

III. ШВИДКІСТЬ ДРЕЙФУ ЧАСТИНКИ

Для того, щоб отримати вираз для швидкості дрейфу частинок, припустимо, що кутова швидкість визначається стохастичним диференціальним рівнянням $Jd\omega/dt = \mathbf{T}$ (J - момент інерції частки). У цьому випадку вищезазначена проблема не з'являється, і швидкість частинки (2.19) може бути усереднена за реалізаціями білих шумів $\boldsymbol{\xi}$ та \mathbf{v} . Враховуючи, що, оскільки $\langle \mathbf{v} \rangle = \mathbf{0}$ і компоненти цих шумів є статистично незалежними, умова $\langle \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} \rangle = \langle \boldsymbol{\omega} \rangle \times \langle \mathbf{v} \rangle = \mathbf{0}$ виконується, отримуємо

$$\langle \mathbf{u} \rangle = \left(\mathbf{e}_x + \frac{\text{Re}_r}{6\omega_m} \langle \boldsymbol{\omega} \rangle \times \mathbf{e}_x \right) \sin(2\pi\tau - \phi). \quad (3.1)$$

Теперь, використовуючи безінерційне наближення ($J \rightarrow 0$), що приводить до рівняння балансу моменту $\mathbf{T} = \mathbf{0}$, з (3.1) і (2.9) знаходимо наступний вираз для миттєвої середньої швидкості частинки:

$$\langle \mathbf{u} \rangle = [\mathbf{e}_x - \gamma \mathbf{e}_x \times (\langle \mathbf{m} \rangle \times \mathbf{h})] \sin(2\pi\tau - \phi), \quad (3.2)$$

де безрозмірний параметр

$$\gamma = \frac{\text{Re}_r \alpha \Omega}{12\pi\omega_m} = \frac{\rho a^2 M H_m}{36\eta^2} \quad (3.3)$$

($\gamma \ll 1$) характеризує внесок сили Магнуса в $\langle \mathbf{u} \rangle$. Вираз (3.2) показує, що теплові флуктуації впливають на середню швидкість частинки лише через безрозмірну середню намагніченість $\langle \mathbf{m} \rangle$ частинки.

Визначимо безрозмірну дрейфову швидкість частинки $\langle \mathbf{s} \rangle$ як її стаціонарне переміщення протягом одного періоду магнітного поля, тобто $\langle \mathbf{s} \rangle = \lim_{n \rightarrow \infty} \int_n^{n+1} \langle \mathbf{u}(\tau) \rangle d\tau$ (n - ціле число). Щоб знайти явний вираз для $\langle \mathbf{s} \rangle$, спершу зазначимо, що відповідно до (2.10) і (2.11),

$$\mathbf{e}_x \times (\langle \mathbf{m} \rangle \times \mathbf{h}) = -\langle \sin \theta \sin \chi \rangle \mathbf{e}_y + \langle \cos \theta \rangle \cos \psi \mathbf{e}_z. \quad (3.4)$$

Потім, прийнявши $\tau = n + \xi$ з $\xi \in (0, 1)$, можемо записати $\lim_{n \rightarrow \infty} \langle \mathbf{u}(n + \xi) \rangle = \langle \mathbf{u}_{\text{st}}(\xi) \rangle$, де індекс 'st' відноситься до стаціонарного стану. Нарешті, використо-

вуючи умову симетрії $\langle \cos \theta_{st}(\xi) \rangle = 0$ та раніше отримані результати, знаходимо $\langle \mathbf{s} \rangle = s_y \mathbf{e}_y$ і

$$\langle s_y \rangle = \gamma \int_0^1 \langle \sin \theta_{st}(\xi) \sin \chi_{st}(\xi) \rangle \sin(2\pi\xi - \phi) d\xi. \quad (3.5)$$

Таким чином, дрейфовий рух частинок, індукований силою Магнуса, відбувається вздовж осі y з швидкістю дрейфу (3.5). Ця швидкість може бути розрахована шляхом чисельного розв'язку системи стохастичних рівнянь (2.13), що описують динаміку намагніченості.

IV. ТЕМПЕРАТУРНІ ЕФЕКТИ В ДРЕЙФОВОМУ РУСІ: ЧИСЕЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ

Слід зазначити, що відповідно до рівнянь (2.14) вплив температури на обертальні властивості часток може відбуватися не тільки через те, що параметр β явним чином залежить від T , див. (2.8), але також внаслідок температурної залежності намагніченості M та динамічної в'язкості η . Для ілюстрації розглянемо Co наночастинки, що зважені у воді, температура якої змінюється в інтервалі ΔT від 273 К (температура близька до замерзання води) до 373 К (температура близька до кипіння води). Оскільки температура Кюрі кобальта 1.398×10^3 К (див. посилання [8], Tab. 2.3), намагніченість Co повільно змінюється в інтервалі ΔT . Тому намагніченість в даному температурному інтервалі можна вважати постійною величиною, наприклад, $M = 1.422 \times 10^3 \text{ emu/cm}^3$, що є намагніченістю насичення кобальту при кімнатній температурі (див. посилання [8], Tab. 2.9). Навпаки, динамічна в'язкість води сильно зменшується зі зростанням температури. Наприклад, згідно з експериментальними даними (див. посилання [22], Chap. 6), одержуємо $\eta|_{T=273.64 \text{ К}}/\eta|_{T=371.24 \text{ К}} = 6.095$. Оскільки параметри α та β залежать від η , це означає, що необхідно враховувати температурну залежність динамічної в'язкості, щоб коректно описати дрейф таких наночастинок. Для цього ми використовуємо наближену формулу

$$\eta = 10^{A+B/(T-C)}, \quad (4.1)$$

яка добре відтворює експериментальні дані для динамічної в'язкості води в даному інтервалі ΔT (див. посилання [22], Tab. 4.9). Тут, $A = -3.5318$, $B = 220.57$, $C = 149.39$, T в Кельвінах, і η в Пуазах (P).

Використовуючи описану вище процедуру, ми чисельно визначили приведену швидкість дрейфу $\langle s_y \rangle / \gamma$ як функцію температури для наночастинок Co зважених у воді (у всіх обчисленнях ми приймали $n = 50$ і $N = 10^5$). Рисунок 1 ілюструє температурну залежність цієї швидкості у випадках, коли $H_m = 10^2 \text{ Oe}$, $\psi_m = 1 \text{ rad}$, $\Omega = 10^6 \text{ rad/s}$, $\phi = 0 \text{ rad}$, $a = 2 \text{ nm}$ (лінія з перевернутими трикутниками), і $a = 3 \text{ nm}$ (лінія із звичайними трикутниками). При збільшенні радіусу частинки a , швидкість дрейфу швидко наближається до

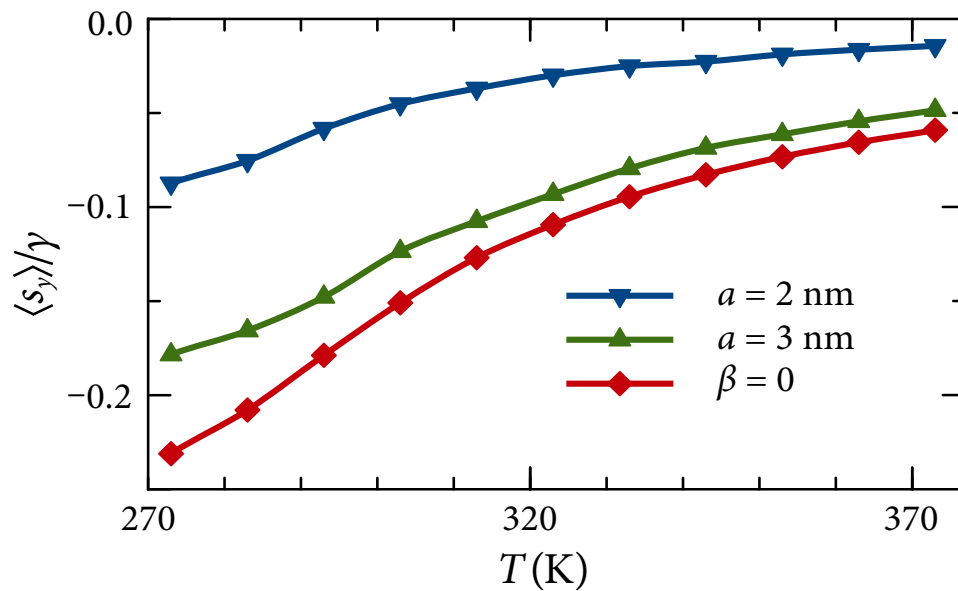


Рис. 1. Температурна залежність приведеної швидкості дрейфу наночастинок Co з різним радіусом, зважених у воді. Залежність при $\beta = 0$ відповідає великому радіусу частинки.

граничної функції (її представлено лінією з ромбами), що відповідає випадку $\beta = 0$. Зокрема, різницею між цими функціями можна знехтувати вже при $a > 5 \text{ nm}$ (цей радіус повільно зростає зі зменшенням H_m). Це означає, що теплові флуктуації зменшують швидкість дрейфу відносно малих частинок (коли $a < 5 \text{ nm}$), тоді як у випадку більших частинок їх дрейфова швидкість залежить від температури виключно через температурну залежність динамічної в'язкості води.

Відповідно до (3.5) швидкість дрейфу $\langle s_y \rangle$ - це періодична функція початкової фази ϕ , що задовольняє умовам $\langle s_y \rangle|_{\pi+\phi} = -\langle s_y \rangle|_{\phi}$. Внаслідок цього $\langle s_y \rangle$ при фіксованій температурі може змінювати знак (тобто може змінювати напрямок дрейфу) при зміні ϕ . Оскільки дрейфова швидкість частинок будь-якого розміру залежить від температури (див. вище), можна очікувати, що зміна температури також може змінити знак $\langle s_y \rangle$, якщо початкова фаза вибрана відповідним чином. Це очікування підтверджено результатами моделювання, представленими на Рис. 2. З фізичної точки зору, зміна напрямку дрейфу відбувається, коли сила Магнуса, усереднена за періодом магнітного поля, змінює знак. Це відбувається, якщо поступальні та обертальні колива-

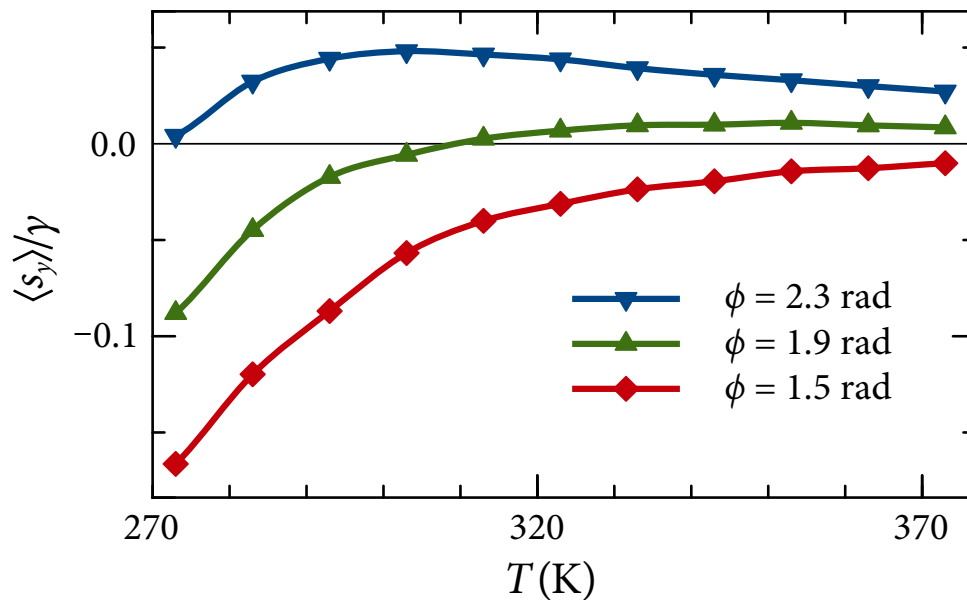


Рис. 2. Приведена швидкість дрейфу наночастинки S_0 як функція температури для різних значень початкової фази ϕ . Радіус частинки становить $a = 3 \text{ nm}$, а інші параметри такі ж, як на Рис. 1.

ння частинок належним чином синхронізовані. Ця синхронізація може бути реалізована шляхом зміни як початкової фази (це цілком очевидно) так і температури. Для того, щоб отримати більш повне уявлення про поведінку дрейфової швидкості S_0 наночастинок, ми розрахували її залежність від характеристик магнітного поля, а саме від величини H_m , частоти Ω , і кута ψ_m . Залежність $\langle s_y \rangle / \gamma$ від H_m для наночастинки з радіусом $a = 5 \text{ nm}$ визначена при кімнатній температурі $T = 295 \text{ K}$, $\Omega = 5 \times 10^5 \text{ rad/s}$, $\psi_m = 1 \text{ rad}$ та з різними значеннями ϕ показана на Рис. 3. Оскільки зміна H_m еквівалентна зміні параметра α , отримані результати аналогічні результатам, отриманим в [2] у детерміністичному підході. Рисунок 4 ілюструє залежність $\langle s_y \rangle / \gamma$ від Ω для $T = 295 \text{ K}$, $H_m = 10 \text{ Oe}$, $\psi_m = 1 \text{ rad}$, $\phi = 0 \text{ rad}$ і різних радіусів частинки. Як видно, зменшення розміру частинки зменшує абсолютну величину приведеної швидкості дрейфу і зміщує мінімум цієї швидкості вправо. Це відбувається тому, що величина теплових флуктуацій, яка характеризується параметром β , зростає при зменшенні розміру частинок, див. (2.8). Нарешті, на Рис. 5 показана залежність $\langle s_y \rangle / \gamma$ від ψ_m , розрахована для $a = 5 \text{ nm}$, $H_m = 10 \text{ Oe}$,

$\Omega = 5 \times 10^5 \text{ rad/s}$, $\phi = 0 \text{ rad}$ і різних температур. У цьому випадку вплив температури на приведену дрейфову швидкість обумовлений як температурною залежністю динамічної в'язкості води, так і тепловими флуктуаціями. Слід також мати на увазі, що залежності розмірної дрейфової швидкості $v_{\text{dr}} = v_m \langle s_y \rangle$ від температури відрізняється від отриманої для приведеної дрейфової швидкості $\langle s_y \rangle / \gamma$. Причиною є те, що величини v_m і γ залежать від T через динамічну в'язкість води.

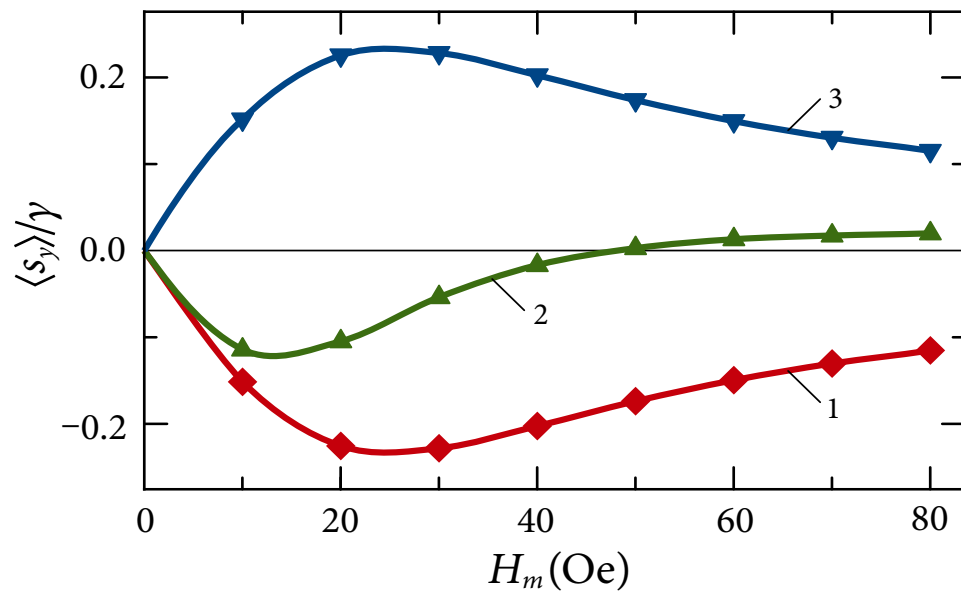


Рис. 3. Приведена швидкість дрейфу S_0 наночастинки як функція величини магнітного поля H_m для різних значень початкової фази ϕ . Лінія 1 відповідає $\phi = 0.4 \text{ rad}$, лінія 2 - $\phi = 2.0 \text{ rad}$, а лінія 3 - $\phi = (\pi + 0.4) \text{ rad}$.

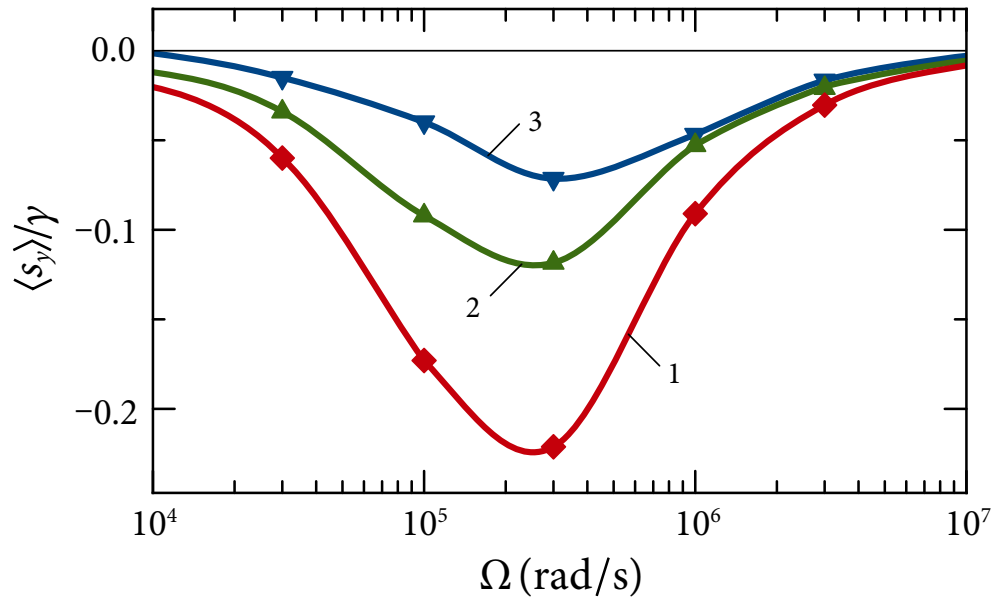


Рис. 4. Частотна залежність приведеної швидкості дрейфу для різних радіусів наночастинок Co. Лінія 1 відповідає великому радіусу ($\beta = 0$), лінія 2 - $a = 5$ nm, а лінія 3 - $a = 4$ nm. Ω -вісь в логарифмічному масштабі

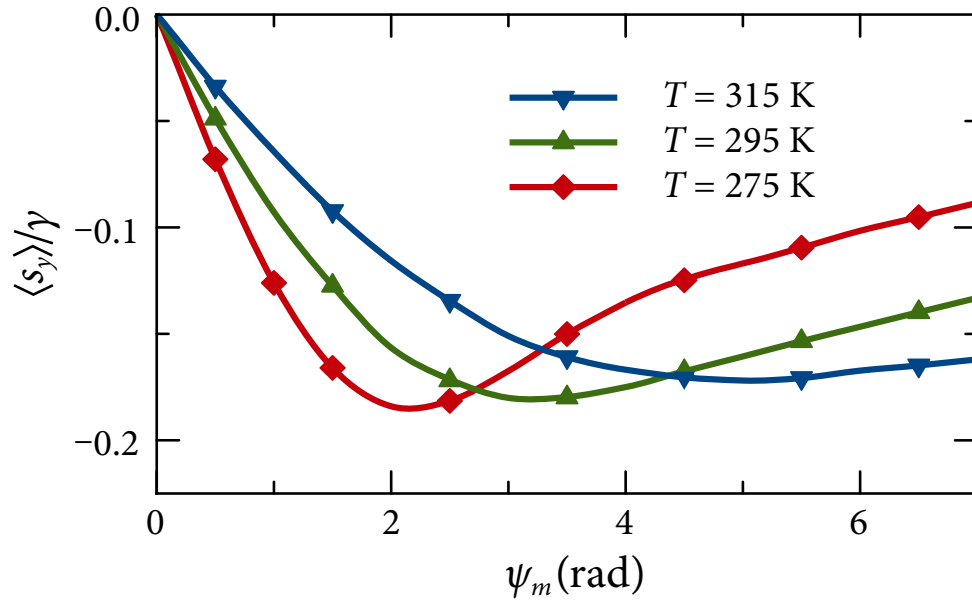


Рис. 5. Приведена дрейфова швидкість Co наночастинок як функція кута ψ_m при різних температурах

V. ВИСНОВКИ

В роботі аналітично та чисельно вивчено температурну залежність дрейфової швидкості зважених однодомених феромагнітних частинок. Запропонований підхід ґрунтується на системі стохастичних диференціальних рівнянь, що описує поступальний та обертальний рухи частинки з вмороженою намагніченістю при малих числах Рейнольдса. У цьому наближенні обертальний рух, який обумовлений обертальним магнітним полем, впливає (через ефект Магнуса) на поступальний рух, який викликається зовнішньою гармонійною силою. Навпаки, поступальний рух не впливає на обертальний. Ці особливості динаміки часток були використані для одержання загального виразу для швидкості дрейфу частинок. Встановлено, що, як і в детерміністичному випадку, дрейф відбувається, коли поступальний та обертальний рухи частинки належним чином синхронізовані.

Розрахована також температурна залежність дрейфової швидкості кобальтових наночастинок, зважених у воді. Важливою особливістю нашого підходу є те, що безпосередньо враховується температурна залежність динамічної в'язкості води. Це дозволило визначити швидкість дрейфу в широкому температурному інтервалі та з'ясувати роль теплових флуктуацій. Зокрема було показано, що температурна залежність дрейфової швидкості досить великих частинок майже повністю визначається температурною залежністю динамічної в'язкості води, і тому теплові флуктуації помітно не впливають на швидкість дрейфу цих частинок. Навпаки, теплові флуктуації суттєво зменшують дрейфову швидкість менших частинок, розмір яких становить близько десяти або менше нанометрів. Але найважливішою особливістю швидкості дрейфу, встановленою в даній роботі, є те, що її знак (тобто напрямок дрейфу) можна змінити, змінюючи температуру, якщо початкова фаза зовнішньої рушійної сили вибрана належним чином. Це відкриває нові перспективи у розробці методів сепарації феромагнітних частинок у суспензіях.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

-
- [1] Denisov S. I. Drift of suspended ferromagnetic particles due to the Magnus effect / S. I. Denisov, B. O. Pedchenko // J. Appl. Phys. – 2017. – V. 121. – 043912.
- [2] Denisov S. I. Exactly solvable model for drift of suspended ferromagnetic particles induced by the Magnus force / S. I. Denisov, B. O. Pedchenko, O. V. Kvasnina, E. S. Denisova // J. Magn. Magn. Mater. – 2017. – V. 443. – P. 89-94.
- [3] Coffey W. T. The Langevin Equation: With Applications in Physics, Chemistry and Electrical Engineering, 2nd ed. / W. T. Coffey, Yu. P. Kalmykov, J. T. Waldron. – Singapore: World Scientific, 2004. – 678 p.
- [4] Gardiner C. W. Handbook of Stochastic Methods for Physics, Chemistry and Natural Sciences, 3rd ed. / C. W. Gardiner. – Berlin: Springer-Verlag, 2004. – 442 p.
- [5] Risken H. The Fokker-Planck Equation: Methods of Solutions and Applications, 2nd ed. / H. Risken. – Berlin: Springer-Verlag, 1989. – 472 p.
- [6] Van Kampen N. G. Stochastic Processes in Physics and Chemistry, 3rd ed. / N. G. Van Kampen. – North Holland: Elsevier, 2007. – 463 p.
- [7] Skomski R. Simple Models of Magnetism / R. Skomski. – New York: Oxford University Press, 2008. – 349 p.
- [8] Guimarães A. P. Principles of Nanomagnetism, 2nd ed. / A. P. Guimarães. – Berlin: Springer-Verlag, 2017. – 330 p.
- [9] Brown W. F., Jr. Thermal Fluctuations of a Single-Domain Particle / W. F. Brown, Jr. // Phys. Rev. – 1963. – V. 130. – P. 1677-1686.
- [10] Bertotti G. Nonlinear Magnetization Dynamics in Nanosystems / G. Bertotti, I. Mayergoyz, C. Serpico. – Oxford: Elsevier, 2009. – 466 p.
- [11] Usadel K. D. Dynamics of magnetic nanoparticles in a viscous fluid driven by rotating magnetic fields / K. D. Usadel // Phys. Rev. B. – 2017. – V. 95. – 104430.

- [12] Lyutyy T. V. Power loss for a periodically driven ferromagnetic nanoparticle in a viscous fluid: The finite anisotropy aspects / T. V. Lyutyy, O. M. Hryshko, A. A. Kovner // *J. Magn. Magn. Mater.* – 2018. – V. 446. – P. 87-94.
- [13] Engel A. Ferrofluids as Thermal Ratchets / A. Engel, H. W. Müller, P. Reimann, A. Jung // *Phys. Rev. Lett.* – 2003. – V. 91. – 060602.
- [14] Engel A. Thermal ratchet effects in ferrofluids / A. Engel, P. Reimann // *Phys. Rev. E.* – 2004. – V. 70. – 051107.
- [15] Lyutyy T. V. Rotational properties of ferromagnetic nanoparticles driven by a precessing magnetic field in a viscous fluid / T. V. Lyutyy, S. I. Denisov, V. V. Reva, Yu. S. Bystrik // *Phys. Rev. E.* – 2015. – V. 92. – 042312.
- [16] Rubinow S. I. The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid / S. I. Rubinow, J. B. Keller // *J. Fluid Mech.* – 1961. – V. 11. – P. 447-459.
- [17] Itô K. Stochastic differential equations in a differentiable manifold / K. Itô // *Nagoya Math. J.* – 1950. – V. 1. – P. 35-47.
- [18] Méndez V. Role of the interpretation of stochastic calculus in systems with cross-correlated Gaussian white noises / V. Méndez, S. I. Denisov, D. Campos, W. Horsthemke // *Phys. Rev. E.* – 2014. – V. 90. – 012116.
- [19] Raible M. Langevin equation for the rotation of a magnetic particle / M. Raible, A. Engel // *Appl. Organometal. Chem.* – 2004. – V. 18. – P. 536-541.
- [20] Denisov S. I. Rapidly driven nanoparticles: Mean first-passage times and relaxation of the magnetic moment / S. I. Denisov, K. Sakmann, P. Talkner, P. Hänggi // *Phys. Rev. B.* – 2007. – V. 75. – 184432.
- [21] Horsthemke W. Noise-Induced Transitions. Theory and Applications in Physics, Chemistry, and Biology / W. Horsthemke, R. Lefever. – Berlin: Springer-Verlag, 1984. – 318 p.
- [22] Viswanath D. S. Viscosity of Liquids / D. S. Viswanath, T.K. Ghosh, D. H. L. Prasad, N. V. K. Dutt, K. Y. Rani. – Dordrecht: Springer, 2007. – 660 p.