



Сумський
державний
університет

Закон збереження імпульсу та моменту імпульсу для системи матеріальних точок

Практичне заняття №5



- ▶ **Відскануйте QR-код за допомогою смартфона, пройдіть тестування (0,5 б)**



<https://vseosvita.ua/test/start/tqd654>

► Імпульс матеріальної точки. Закон збереження імпульсу для системи МТ

4.1 Імпульс матеріальної точки

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Закон збереження імпульсу для ізольованої системи

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \text{const}, \text{ або } \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i = \text{const},$$

де N – кількість матеріальних точок (тіл) системи.

Закон збереження моменту імпульсу

Закон збереження моменту імпульсу для ізольованої системи

$$\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \text{const} .$$

Для двох взаємодіючих тіл закон збереження моменту імпульсу запишеться так:

$$J_1 \omega_1 + J_2 \omega_2 = J'_1 \omega'_1 + J'_2 \omega'_2 ,$$

де $J_1, J_2, \omega_1, \omega_2$ – моменти інерції і кутові швидкості тіл до взаємодії; $J'_1, J'_2, \omega'_1, \omega'_2$ – ті самі величини після взаємодії.

Закон збереження моменту імпульсу

Закон збереження моменту імпульсу для одного тіла із змінним моментом інерції

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2 \text{ ,}$$

де J_1 і J_2 – початковий і кінцевий моменти інерції;
 ω_1 і ω_2 – початкова і кінцева кутова швидкість тіла.

Особливості розв'язування задач

У загальному випадку під час розв'язування задач на закон збереження імпульсу діють так:

1. Після з'ясування того, що задача відноситься до указаної групи задач і запису умови задачі, визначаються тіла, які взаємодіють між собою.
2. З'ясовується, чи є ця система тіл ізольованою повністю, чи вона ізольована за деяким певним напрямом.
3. Визначаються імпульси тіл цієї системи до і після взаємодії.
4. На малюнку для кожного тіла зображуються вектори імпульсів до початку і в кінці взаємодії. Під цими векторами проводиться вісь координат, спрямована у бік більшості зображених векторів.
5. Записується закон збереження імпульсу для системи тіл, що розглядаються в задачі. Записується цей закон в проекціях векторів імпульсів тіл на координатну вісь.
6. Розв'язується отримана система рівнянь.

- Приклад 1.** Граната, що летіла горизонтально зі швидкістю $v = 10$ м/с, розірвалася на три уламки, маси яких $m_1 = 0,2$ кг, $m_2 = 0,4$ кг, $m_3 = 1$ кг. Перший уламок отримав швидкість $v_1 = 20$ м/с й продовжував летіти горизонтально, другий полетів вертикально вгору зі швидкістю $v_2 = 40$ м/с. Визначити модуль і напрям швидкості третього уламку.

Розв'язання

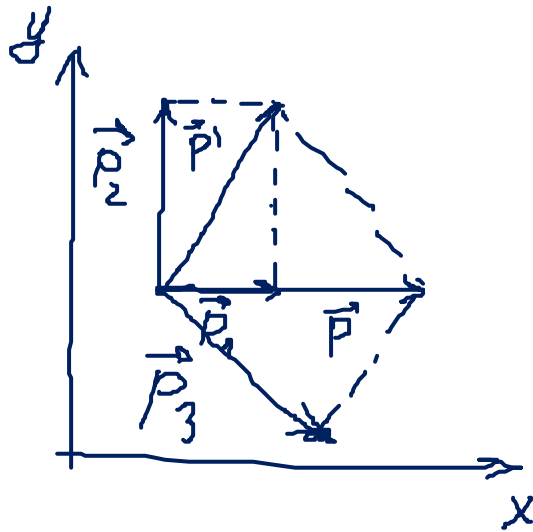
$v_3 - ?$
$m_1 = 0,2 \text{ кг}$
$m_2 = 0,4 \text{ кг}$
$m_3 = 1 \text{ кг}$
$v = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$v_1 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
$v_2 = 40 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

До взаємодії

$$\vec{p} = \overline{(m_1 + m_2 + m_3)v}$$

Після взаємодії

$$\vec{p}_1 = \overline{m_1 v_1}, \quad \vec{p}_2 = \overline{m_2 v_2}, \quad \vec{p}_3 = \overline{m_3 v_3}$$



$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3$$

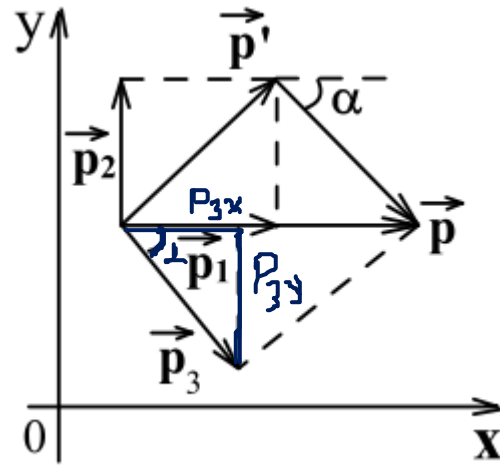
$$\vec{p}_3 = \vec{p} - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)$$

$$\text{або } \vec{p}_3 = \vec{p} - \vec{p}'$$

- Приклад 1.** Граната, що летіла горизонтально зі швидкістю $v = 10$ м/с, розірвалася на три уламки, маси яких $m_1 = 0,2$ кг, $m_2 = 0,4$ кг, $m_3 = 1$ кг. Перший уламок отримав швидкість $v_1 = 20$ м/с й продовжував летіти горизонтально, другий полетів вертикально вгору зі швидкістю $v_2 = 40$ м/с. Визначити модуль і напрям швидкості третього уламку.

Розв'язання

$$\begin{array}{l}
 v_3 - ? \\
 m_1 = 0,2 \text{ кг} \\
 m_2 = 0,4 \text{ кг} \\
 m_3 = 1 \text{ кг} \\
 v = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \\
 v_1 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}} \\
 v_2 = 40 \frac{\text{м}}{\text{с}}
 \end{array}$$



$$OX: p = p_1 + p_{3x}$$

$$OY: 0 = p_2 + p_{3y}$$

$$v_3 = \sqrt{v_{3x}^2 + v_{3y}^2}, \quad v_3 = 20 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_{3y}}{v_{3x}}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{3}$$

$$\alpha = -50^\circ$$

$$p_{3x} = p - p_1; \quad v_{3x} = \frac{p_{3x}}{m_3} = \frac{(m_1 + m_2 + m_3)v - m_1 v_1}{m_3}, \quad v_{3x} = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$p_{3y} = -p_2; \quad v_{3y} = \frac{p_{3y}}{m_3} = -\frac{m_2 v_2}{m_3}, \quad v_{3y} = -16 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

- Приклад 2.** Платформа у вигляді суцільного диска радіусом $R = 1,5 \text{ м}$ і масою $m_1 = 180 \text{ кг}$ обертається навколо вертикальної осі з частотою $\nu = 10 \text{ хв}^{-1}$. У центрі платформи стоїть людина масою $m_2 = 60 \text{ кг}$. Яку лінійну швидкість v відносно підлоги приміщення матиме людина, якщо вона перейде на край платформи?

Розв'язання

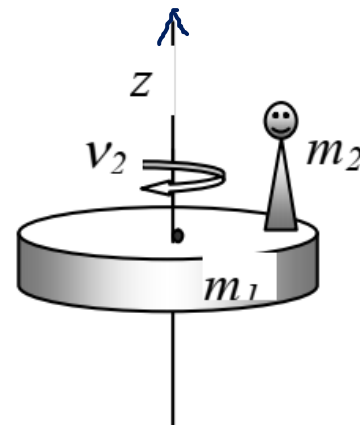
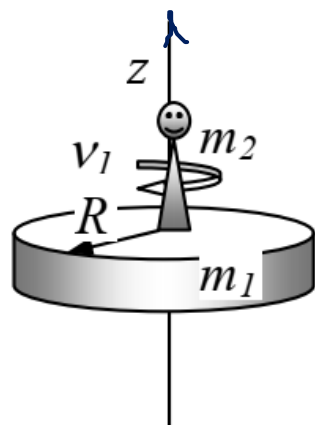
$$v - ?$$

$$m_1 = 180 \text{ кг},$$

$$m_2 = 60 \text{ кг},$$

$$\nu = 10 \text{ хв}^{-1} = \frac{1}{6} \text{ с}^{-1},$$

$$R = 1,5 \text{ м}.$$



$$L_z = J_z \omega = \text{const}$$

$$J_z = J_1 + J_2$$

$$J'_z = J'_1 + J'_2$$

$$(J_1 + J_2) \omega = (J'_1 + J'_2) \omega'$$

$$J_1 = J'_1 = \frac{1}{2} m_1 R^2$$

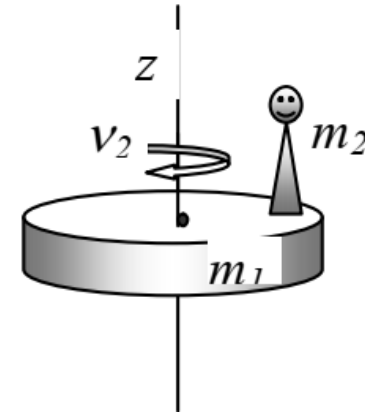
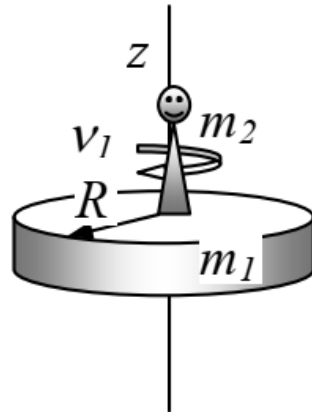
$$J'_2 = m_2 R^2$$

$$\omega' = \frac{v}{R}, \quad \omega = 2\pi\nu$$

- Приклад 2.** Платформа у вигляді суцільного диска радіусом $R = 1,5 \text{ м}$ і масою $m_1 = 180 \text{ кг}$ обертається навколо вертикальної осі з частотою $\nu = 10 \text{ хв}^{-1}$. У центрі платформи стоїть людина масою $m_2 = 60 \text{ кг}$. Яку лінійну швидкість v відносно підлоги приміщення матиме людина, якщо вона перейде на край платформи?

Розв'язання

$v - ?$
$m_1 = 180 \text{ кг},$
$m_2 = 60 \text{ кг},$
$\nu = 10 \text{ хв}^{-1} = \frac{1}{6} \text{ с}^{-1},$
$R = 1,5 \text{ м}.$



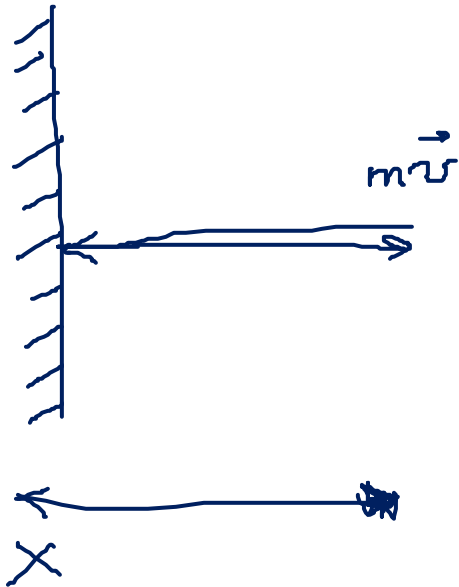
$$\left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + 0\right) 2\pi \nu \quad \left(\frac{1}{2} m_1 R^2 + m_2 R^2\right) \underline{\underline{\nu}} / R.$$

$$\underline{\underline{\nu}} = 2\pi \nu R m_1 / (m_1 + 2m_2).$$

$$\underline{\underline{\nu}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot \frac{1}{6} \cdot 1,5 \cdot 180}{180 + 2 \cdot 60} = 1 \text{ (м/с)}.$$

- **Приклад 3.** Молекула масою $m = 4,65 \cdot 10^{-26}$ кг, що летить по нормалі до стінки посудини зі швидкістю $v = 600$ м/с, вдаряється об стінку і пружно відскакує від неї без втрати швидкості. Знайти імпульс сили, отриманий стінкою під час удару.

Розв'язання



$$F\Delta t = (mv + 0) - (-mv + 0),$$

$$F\Delta t = 2mv$$

$$F\Delta t = 5,6 \cdot 10^{-23} \text{ Н}\cdot\text{с}.$$

Задача для самостійного розв'язання

- Два ковзанярі масами $m_1 = 80$ кг і $m_2 = 50$ кг тримаються за кінці довгого натягнутого шнура і стоять нерухомо на льоду один проти іншого. Один з них починає вкорочувати шнур, вибираючи його зі швидкістю $v_1 = 1$ м/с. З якими швидкостями будуть рухатися по льоду ковзанярі? Тертям знехтувати.

Фото розв'язку задачі прикріпити до завдання «ПЗ 5» в Google Classroom до кінця пари +/- (0,5 балів).

У випадку, якщо розв'язок надійде пізніше, оцінювання здійснюється інакше (до 0,3 бали)