



**Сумський
державний
університет**

Закон Ома для неоднорідної ділянки кола в диференціальній і інтегральній формі. Закон Ома для замкненого кола. Правила Кірхгофа.

Практичне заняття № 14



Короткі теоретичні відомості

- **Перше правило Кірхгофа (правило струмів):** алгебраїчна сума струмів в кожному вузлі будь-якого кола дорівнює нулю

$$\sum_{j=1}^n I_j = 0.$$

При цьому струм, що втікає у вузол прийнято вважати позитивним, а той, що витікає – негативним.

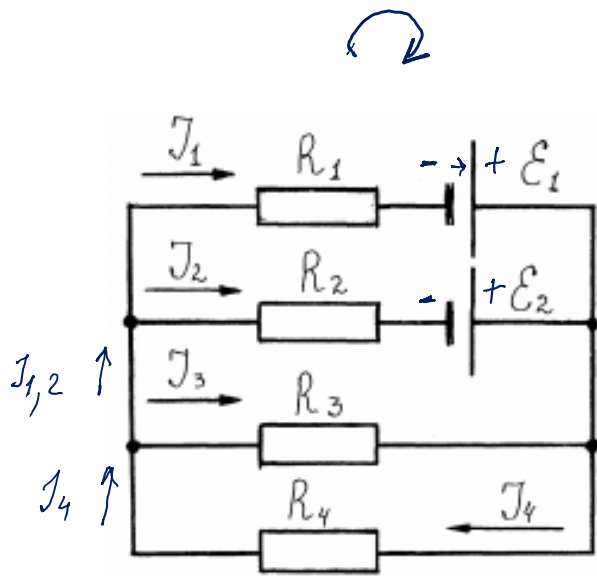
Друге правило Кірхгофа (правило напруг): у будь-якому замкненому контурі, довільно вибраному в розгалуженому електричному колі, алгебраїчна сума добутків сил струмів I_i на опір R_i відповідних ділянок цього контуру дорівнює алгебраїчній сумі е. р. с., що є в цьому контурі

$$\sum_i \mathcal{E}_i = \sum_k I_k R_k.$$

Під час розрахунку складних кіл із застосуванням правил Кірхгофа необхідно:

1. Вибрати **довільний** напрям струмів на всіх ділянках кола; дійсний напрям струмів визначається під час рішення задачі: якщо шуканий струм вийде позитивним, то його напрям був вибраний правильно, негативним – його істинний напрям протилежно вибраному.
2. Вибрати напрям обходу контура і строго його дотримуватись; добуток IR позитивний, якщо струм на даній ділянці співпадає з напрямом обходу, і навпаки, е. р. с., які діють по вибраному напрямку обходу, вважаються позитивними, проти – негативними.
3. Скласти таку кількість рівнянь, щоб їх число дорівнювало числу розшуканих величин (в систему рівнянь повинні входити всі опори і е. р. с. даного кола); кожний даний контур повинен містити хоча б один елемент, який відсутній в попередніх контурах, інакше вийдуть рівняння, що є простою комбінацією вже складених.

Визначити силу струму, що проходить через опори $R_1 = R_4 = 40\text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 30\text{ Ом}$, увімкнені в коло, як показано на малюнку, якщо $\xi_1 = 10\text{ В}$, $\xi_2 = 4\text{ В}$. Внутрішні опори $r_1 = 0,20\text{ Ом}$, а $r_2 = 0,10\text{ Ом}$.



$$I_1, I_2, I_3, I_4 - ?$$

$$R_1 = R_4 = 40\text{ Ом}$$

$$R_2 = R_3 = 30\text{ Ом}$$

$$E_1 = 10\text{ В}$$

$$E_2 = 4\text{ В}$$

$$r_1 = 0,2\text{ Ом}$$

$$r_2 = 0,1\text{ Ом}$$

$$\text{I нр. К. : } I_4 = I_1 + I_2 + I_3$$

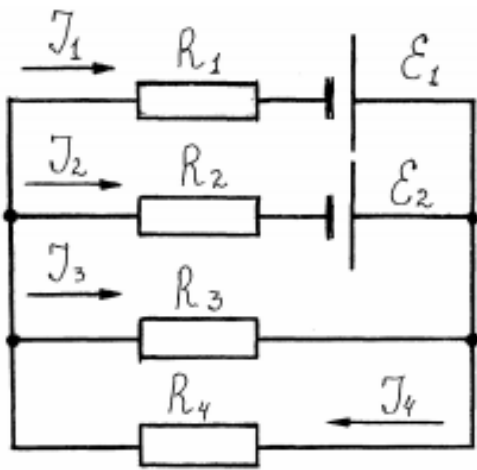
$$\text{II нр. К. :}$$

$$\begin{cases} I_1 R_1 + I_1 r_1 + I_4 R_4 = E_1 \\ I_2 R_2 + I_2 r_2 + I_4 R_4 = E_2 \\ I_3 R_3 + I_4 R_4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_4 = I_1 + I_2 + I_3 \\ I_1 (R_1 + r_1) = E_1 - I_4 R_4 \\ I_2 (R_2 + r_2) = E_2 - I_4 R_4 \\ I_3 R_3 = - I_4 R_4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_4 = I_1 + I_2 + I_3 \\ I_1 = \frac{E_1 - I_4 R_4}{R_1 + r_1} \\ I_2 = \frac{E_2 - I_4 R_4}{R_2 + r_2} \\ I_3 = - I_1 \frac{R_4}{R_3} \end{cases}$$

Визначити силу струму, що проходить через опори $R_1 = R_4 = 40\text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = 30\text{ Ом}$, увімкнені в коло, як показано на малюнку, якщо $\xi_1 = 10\text{ В}$, $\xi_2 = 4\text{ В}$. Внутрішні опори $r_1 = 0,2\text{ Ом}$, а $r_2 = 0,1\text{ Ом}$.



$$J_4 = \frac{E_1 - J_4 R_4}{R_1 + r_1} + \frac{E_2 - J_4 R_4}{R_2 + r_2} - J_4 \frac{R_4}{R_3}$$

$$J_4 = \frac{E_1}{R_1 + r_1} - \frac{J_4 R_4}{R_1 + r_1} + \frac{E_2}{R_2 + r_2} - \frac{J_4 R_4}{R_2 + r_2} - J_4 \frac{R_4}{R_3}$$

$$J_4 + \frac{J_4 R_4}{R_1 + r_1} + \frac{J_4 R_4}{R_2 + r_2} + J_4 \frac{R_4}{R_3} = \frac{E_1}{R_1 + r_1} + \frac{E_2}{R_2 + r_2}$$

$$J_4 \left(1 + \frac{R_4}{R_1 + r_1} + \frac{R_4}{R_2 + r_2} + \frac{R_4}{R_3} \right) = \frac{E_1}{R_1 + r_1} + \frac{E_2}{R_2 + r_2}$$

$$J_4 = \frac{\frac{E_1}{R_1 + r_1} + \frac{E_2}{R_2 + r_2}}{1 + \frac{R_4}{R_1 + r_1} + \frac{R_4}{R_2 + r_2} + \frac{R_4}{R_3}}$$

Визначити силу струму, що проходить через опори $R_1 = R_4 = 40\text{Ом}$, $R_2 = R_3 = 30\text{Ом}$, увімкнені в коло, як показано на малюнку, якщо $\xi_1 = 10\text{В}$, $\xi_2 = 4\text{В}$. Внутрішні опори $r_1 = 0,20\text{Ом}$, а $r_2 = 0,10\text{Ом}$.

$$I_4 \approx 1,16 \text{ A}$$

$$I_1 = 1,3 \text{ A}$$

$$I_3 \approx -1,49 \text{ A}$$

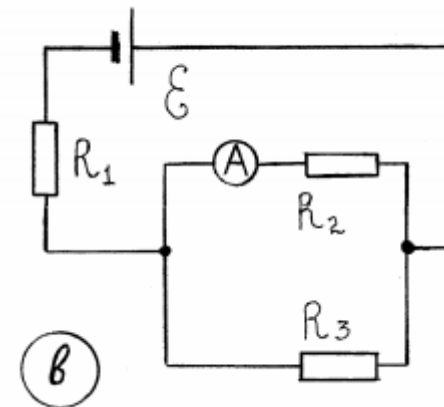
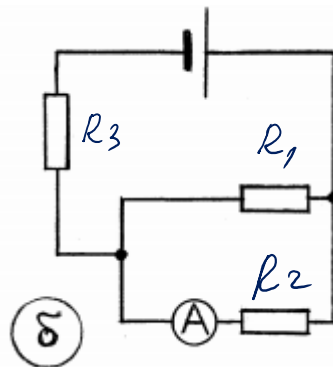
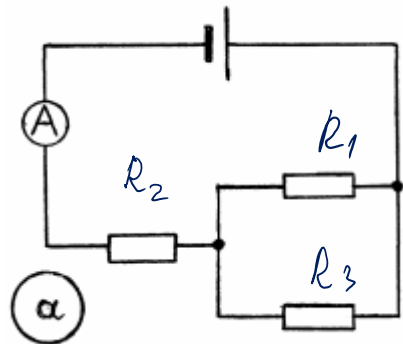
$$I_2 = 1,35 \text{ A}.$$

Накреслити схему електричного кола, що складається з опорів $R_1 = 1,8 \text{ Ом}$ $R_2 = 2,0 \text{ Ом}$ $R_3 = 3,0 \text{ Ом}$ і амперметра, опором якого можна нехтувати. ЕРС джерела $5,6 \text{ В}$, а внутрішній опір $0,5 \text{ Ом}$. Через амперметр протікає струм $I = 0,96 \text{ А}$.

Розв'язання

- Це обернена або конструктивна (інженерна) задача. А тому її розв'язок має базуватися на пошуках варіантів можливих схем повного кола, виходячи з закону Ома та розподілу струмів по ділянках в розгалужених колах. Таким чином, можливі такі варіанти кіл:

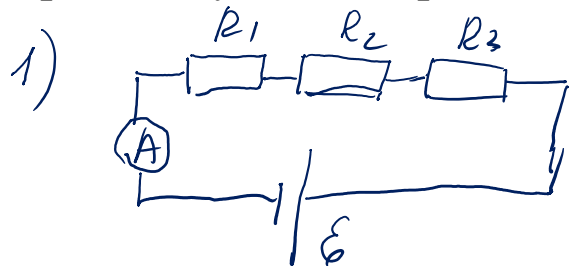
- 1) всі резистори ввімкнуті послідовно;
- 2) всі резистори ввімкнуті паралельно;
- 3) всі резистори ввімкнуті паралельно, а один послідовно:
 - R_1 послідовно, R_2 і R_3 паралельно;
 - R_2 послідовно, R_1 і R_3 паралельно
 - R_3 послідовно, R_1 і R_2 паралельно



Накреслити схему електричного кола, що складається з опорів $R_1 = 1,8 \text{ Ом}$ $R_2 = 2,0 \text{ Ом}$ $R_3 = 3,0 \text{ Ом}$ і амперметра, опором якого можна нехтувати. ЕРС джерела $5,6 \text{ В}$, а внутрішній опір $0,5 \text{ Ом}$. Через амперметр протікає струм $I = 0,96 \text{ А}$.

Розв'язання

- Проаналізуємо ці варіанти кіл:

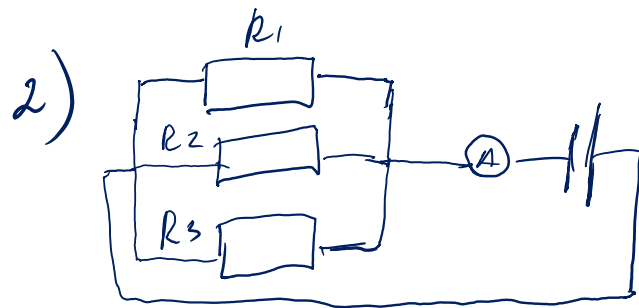


$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

$$R = R_1 + R_2 + R_3$$

$$R = 1,8 + 2 + 3 = 6,8 \text{ (Ом)}$$

$$I = \frac{5,6}{6,8 + 0,5} \approx 0,77 \text{ (А)} \neq 0,96 \text{ А} \quad \ominus$$



$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

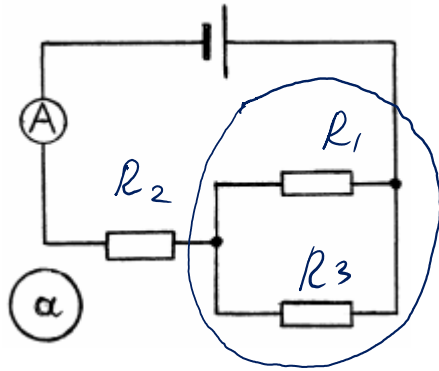
$$R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} ; R = \frac{6,8}{1,8 \cdot 2 \cdot 3} \approx 0,63 \text{ (Ом)}$$

$$I = \frac{5,6}{0,63 + 0,5} \approx 4,96 \text{ (А)} \neq 0,96 \text{ А} \quad \ominus$$

Накреслити схему електричного кола, що складається з опорів $R_1 = 1,8 \text{ Ом}$ $R_2 = 2,0 \text{ Ом}$ $R_3 = 3,0 \text{ Ом}$ і амперметра, опором якого можна нехтувати. ЕРС джерела $5,6 \text{ В}$, а внутрішній опір $0,5 \text{ Ом}$. Через амперметр протікає струм $I = 0,96 \text{ А}$.

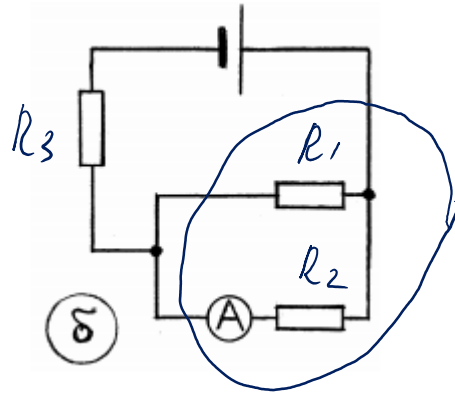
Розв'язання

- Проаналізуємо ці варіанти кіл $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$



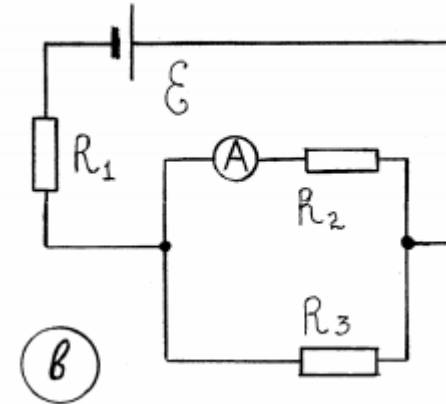
$$a) R = R_2 + \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_3}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{\left(R_2 + \frac{R_1 + R_3}{R_1 R_3} \right) + r}$$



$$\delta) R = R_3 + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{\left(R_3 + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right) + r}$$



$$b) R = R_1 + \frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{\left(R_1 + \frac{R_2 + R_3}{R_2 R_3} \right) + r}$$

$$I = 0,96 \text{ А}$$

Задача для самостійного розв'язання

13.3. Знайти струми в кожному замкненому контурі кола, зображеного на рис. 13.2, якщо $\varepsilon = 120$ В, $R_1 = R_2 = 0,5$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $R_4 = R_6 = 1$ Ом, $R_5 = 6$ Ом, $R_7 = 2$ Ом.

