

Глобус Уранії

**Вищі радіальні моди азимутальних поверхневих хвиль у
магнітоактивних циліндричних хвилеводах**

Анотація

Азимутальні поверхневі хвилі є власними хвилями циліндричних структур плазма-діелектрик-метал як за наявності, так і без сталого аксіального магнітного поля. Їх активно вивчають через можливі застосування в плазмовій електроніці, нанотехнологіях та біомедичній діагностиці. Відомо, що вищі радіальні моди розповсюджуються на більш високих частотах і з коротшими довжинами хвиль порівняно з нульовою модою – ця особливість представляє інтерес для практичних застосувань. Щоб отримати цю перевагу при збудженні вищих радіальних мод азимутальних поверхневих хвиль, спочатку необхідно знати їхні дисперсійні властивості. Ця робота узагальнює результати попередніх робіт шляхом включення сталого аксіального магнітного поля та розгляду вищих радіальних мод. Наявність сталого аксіального магнітного поля знімає виродження спектрів хвиль по відношенню до знаку азимутального номера моди.

Зміст

1. Вступ	4
2. Виведення дисперсійного рівняння та його аналітичне дослідження	9
3. Числовий аналіз дисперсійного рівняння.....	12
4. Висновки.....	15
Список використаної літератури	17

1. Вступ

Наскільки нам відомо, Елліотт [1] з Hughes Research and Development Laboratories, Каліфорнія, США, першим ввів термін "азимутальні поверхневі хвилі" (АПХ) для позначення електромагнітних збурень, що поширюються в циліндричних хвильоводних структурах поперек осі симетрії вздовж азимутального кута φ : $\propto \exp(im\varphi - i\omega t)$. Тут m - це азимутальне хвильове число (натуральне число), а ω - кутова частота АПХ. Іншими словами, ці збурення поширюються з нульовим аксіальним хвильовим вектором, $k_{\parallel}=0$. «Поверхневі» означає, що хвилі не поширюються в однорідному нескінченному середовищі, та наявність межі між середовищами з різними фізичними властивостями є необхідною для їх існування. Це дослідження було ініційоване його потенційним застосуванням у галузі ліній електропередач і антен. Було розглянуто наступну структуру: метал-діелектрик (див. Рис. 1). Внутрішній простір, $r < R_1$, був зайнятий ідеальним провідником з внутрішнім радіусом R_1 з зубцями, що доходять до зовнішнього радіуса R_2 . Передбачалося, що простір між зубами заповнено чистим діелектриком, який може бути повітрям. Зовнішній простір, $r > R_2$, був повітрям. Ні плазма, ні постійне магнітне поле не застосовувалися. Теоретичні передбачення були підтверджені експериментом.

Проте перша спроба вивчення розповсюдження поверхневих хвиль над поверхнею провідника з малою циліндричною кривизною у напрямку розповсюдження, покритого діелектриком, опублікував Казуо Хоріучі з Laboratory of Communication Instruments, Токіо, Японія [2]. Там описано, як вивчати поля хвиль у даному випадку на основі вивченої раніше системи плоских провідників. Схему структури хвильоводу, ідеальний метал-діелектрик-повітря, наведено на Рис. 2. Ширина діелектричного шару вважалася рівною a . Знову ж, структура хвильоводу не включала ані плазми, ані постійного магнітного поля. Просторовий розподіл полів поверхневих хвиль було отримано в наближенні малої кривизни в напрямку ξ .

Джеймс Уейт з Central Radio Propagation Laboratory, National Bureau of Standards, штат Колорадо, США [3, 4], першим вивчав АПХ в циліндричних плазмових хвилеводних структурах. Мета дослідження полягала в тому, щоб дати можливе пояснення поширенню радіохвиль у сферичній системі земля-іоносфера. В [3] електромагнітні хвилі вивчалися в наступній плазмово-металевій структурі (див. Рис. 3). Нескінченно довгий круговий металевий циліндр (ідеальний провідник) з радіусом R_3 був занурений у стисливу плазму. Постійним магнітним полем нехтували. Зроблено висновок, що поблизу межі плазми амплітуда поля АПХ може бути порівнянною або навіть набагато більшою амплітуди випромінюючих мод.

Професор Кондратенко з Харківського національного університету імені В.Н. Каразіна, Харків, Україна, зі співавторами був першим у Радянському Союзі, хто досліджував АПХ в циліндричних структурах плазма-діелектрик-метал як за наявності постійного аксіального магнітного поля [5], так без будь-якого магнітного поля [6]. Дослідження було ініційоване можливим застосуванням у галузі плазмової електроніки. У цих роботах назва «поверхневі» отримала новий зміст, що позначало, що амплітуда хвиль зменшується при віддаленні від межі поділу плазми до центра плазми, а не коливається, як це відбувається у випадку об'ємних хвиль. Досліджувалася наступна хвилеводна структура (див. Рис. 4). Стовп однорідної, холодної плазми без зіткнень з радіусом a було поміщено всередину металевої камери з радіусом b . Простір $a < r < b$ заповнювався діелектриком з діелектричною проникністю ε_d . Було визначено частотні діапазони, в яких електромагнітні збурення мали поверхневий характер. Досліджено просторовий розподіл полів АПХ, отримано явні вирази для власних частот АПХ у різних граничних випадках та чисельно досліджено залежності власних частот АПХ від параметрів плазмового хвилеводу. Включення плазмової вставки дає можливість контролювати дисперсійні властивості електромагнітних хвиль через густину частинок плазми, зовнішнє постійне магнітне поле і розміри як плазмового стовпа, так і діелектричного шару. Переваги застосування АПХ для проектування електронних пристроїв плазми

полягають у наступному. Азимутальний напрямок розповсюдження хвилі дає змогу проектувати пристрої плазмової електроніки з малим аксіальним розміром. Поверхнева природа АПХ дає можливість досягти більшої ефективності в створюванні та підтримці газових розрядів [7]. Крім того, можливе збудження АПХ за допомогою електронного пучка, що обертається навколо плазмового стовпа вздовж великих ларморових орбіт [8-10]. Ця можливість пояснюється відсутністю необхідності створювати хвильову структуру в об'ємі плазми. Поверхнева природа АПХ дає можливість також працювати в частотному діапазоні, в якому плазма є непрозорою для електромагнітних хвиль.

Якщо металевий хвилевід повністю заповнений плазмою, то АПХ є односпрямованими, тобто в певному діапазоні частот АПХ поширюються в одному напрямку (з одним знаком азимутального хвильового числа) [11]. Розглянуту в [11] структуру плазма-метал можна легко отримати з тієї, що представлено на Рис. 4, шляхом видалення шару діелектрика (поклавши $a=b$).

Поверхневий характер АПХ дає можливість замінити внутрішній простір плазмового стовпа деякими іншими середовищами. Професор Азаренков з Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна, Харків, Україна, з співавторами запропонував розмістити там внутрішній ідеальний провідник [11]. При цьому структура набуває вигляду коаксіального шару плазми, що обмежений внутрішнім та зовнішнім ідеальними металевим провідниками [12, 13]. АПХ поширюються в протилежних напрямках уздовж протилежних меж коаксіального хвилеводу.

Б. Джазі з Shahid Beheshti University і Х. Мехдіан з університету Tarbiat Moallem University, Тегеран, Іран, запропонували ввести діелектричний стержень уздовж осі хвилеводу, як це представлено на Рис. 4 [14]. Структуру діелектрик-плазма-вакуум-метал, яку вивчено в [14], показано на Рис. 5. Діелектричний стержень займав простір $r < R_4$, плазмовий шар межував з вакуумним шаром при $r=a$, вакуумний шар відокремлював плазмовий

коаксіальний шар від металевої стінки з радіусом $r=b$. Структуру було занурено в постійне аксіальне магнітне поле. Дослідження було ініційоване його можливим застосуванням для стержневих діелектричних плазмових Черенковських мазерів. Перша частина статті [14] стосувалася звичайно поляризованих АПХ з компонентами полів B_r, B_φ, E_z . Другу частину присвячено вивченню дисперсійних властивостей незвичайно поляризованих АПХ з компонентами E_r, E_φ, B_z - ця частина є хибною через алгебраїчні помилки при виведенні виразів для E_r і E_φ з рівнянь Максвелла. Такі ж помилки є в роботах [15-17] Б. Джазі зі співавторами, що позбавляє сенсу ці роботи. У роботі [15] представлено граничний випадок [14], в якому простір $r < R_4$ був зайнятий вакуумом.

Комплексний аналіз дисперсійних властивостей АПХ у плазмових хвилеводах з урахуванням численних експериментальних особливостей, таких як аксіальний постійний електричний струм, некрутлість обох меж структур плазма-діелектрик і діелектрик-метал, тороїдальна і аксіальна просторово-періодична неоднорідність постійного магнітного поля, дано в [18]. Тут згадуються можливі практичні застосування АПХ у сфері плазмової електроніки, нанотехнологій та біомедичної діагностики.

Більшість результатів у [5-11] здобуто для випадку вузького діелектричного шару, який відокремлює плазмовий стовп від металевої стінки, $b - a \ll a$, де АПХ мають об'ємний характер. Якщо діелектрик вважається однорідним, електромагнітні поля АПХ можна представити в шарі, $a < r < b$, як лінійну комбінацію функцій Бесселя першого і другого роду, $J_m(\xi)$ і $N_m(\xi)$. У випадку вузького шару радіальні набіги фаз хвиль є малими, і розглядається нульова радіальна мода АПХ. Перевага нульової радіальної моди полягає в наступному: вплив параметрів плазми на її дисперсійні властивості є найбільш вираженим порівняно з вищими радіальними модами. З іншого боку, практичні потреби електроніки вимагають більш високих частот і більш коротких довжин хвиль

електромагнітного випромінювання, які можуть бути забезпечені застосуванням більш високих радіальних мод АПХ без будь-якої зміни конструкції хвилеводу.

Дисперсійні властивості вищих радіальних мод АПХ у циліндричних металевих хвилеводах, частково наповнених плазмою, без зовнішнього постійного магнітного поля детально вивчені в [19]. Показано, що власні частоти вищих радіальних мод АПХ можуть досягати верхньої межі частотного діапазону, в межах якого існують АПХ, на відміну від нульової радіальної моди. Вищі радіальні моди можуть поширюватися в хвилеводах, де густина частинок і радіус плазми є не дуже малими.

Цю роботу присвячено вивченню дисперсійних властивостей вищих радіальних мод АПХ. Вона узагальнює дослідження дисперсійних властивостей АПХ для випадку нульової радіальної моди [5] на випадок вищих радіальних мод, а також узагальнює дослідження, що виконано в [19] для плазмових хвилеводів без зовнішнього постійного магнітного поля, на випадок однорідного постійного аксіального магнітного поля.

Автор конкурсної роботи самостійно вивів дисперсійне рівняння АПХ, провів числовий аналіз здобутого рівняння, що дало можливість проілюструвати здобуті результати доречними рисунками, особисто доповідав здобуті результати на трьох конференціях.

Цю роботу побудовано наступним чином. Процедура отримання дисперсійного рівняння та його аналітичне розв'язання наведено в § 2. Детальний числовий аналіз дисперсійного співвідношення здійснено в § 3. Висновки та обговорення підсумовані у заключному §4.

2. Виведення дисперсійного рівняння та його аналітичне дослідження

Тут розглядається хвильоводна структура плазма-діелектрик-метал, що представлена на Рис. 4. Структура вважається однорідною в аксіальному напрямку, $\partial/\partial z=0$, в циліндричних координатах.

У просторі плазми, $0 < r < a$, електродинамічні властивості середовища описуються тензором діелектричної проникності холодної плазми без зіткнень. Її два компоненти, які тут використовуються, мають такий вигляд у високочастотному діапазоні:

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\Omega_e^2}{\omega^2 - \omega_e^2}, \quad \varepsilon_2 = -\frac{\Omega_e^2 \omega_e}{\omega(\omega^2 - \omega_e^2)}. \quad (2.1a,b)$$

У (2.1) Ω_e – це Ленгмюрова частота, ω_e - електронна циклотронна частота. Систему рівнянь Максвелла можна звести для незвичайно поляризованих АПХ (компоненти яких E_r , E_φ , B_z) до модифікованого диференційного рівняння Бесселя для магнітного поля B_z . Його розв'язок, який задовольняє граничним умовам скінченності в межах хвильоводу, зокрема, на осі хвильоводу, $r=0$, є наступним:

$$B_z = C_1 I_m(k_\perp r). \quad (2.2)$$

У (2.2) $I_m(k_\perp r)$ є модифікованою функцією Бесселя [20]; $k_\perp^{-1}$ - глибина проникнення АПХ до плазми, $k_\perp^2 = (\omega/c)^2 \varepsilon_1 (\mu^2 - 1) > 0$, $\mu = \varepsilon_2 / \varepsilon_1$, C_1 - постійна інтегрування. Частотні діапазони, в межах яких азимутальні електромагнітні хвилі мають поверхневий характер, можна знайти з умови $k_\perp^2 > 0$. Один з них містить електронну циклотронну частоту і вивчається в цій роботі:

$$\omega_{LH} < \omega < |\omega_e|, \quad |\omega_e| < \omega < \omega_1 - |\omega_e|. \quad (2.3)$$

Тут $\omega_{LH} = \left(\Omega_i^{-2} + (\omega_i |\omega_e|)^{-1} \right)^{-1/2}$ є нижньою гібридною частотою (Ω_i і ω_i - плазмова і циклотронна частоти іонів відповідно), а $\omega_1 = 0.5|\omega_e| + \sqrt{\Omega_e^2 + \omega_e^2/4}$ - частота відсікання. Другий діапазон частот лежить вище верхньої гібридної частоти і виходить за межі цієї роботи. Ці частотні діапазони вперше були визначені в [5], і ті ж діапазони були отримані в високочастотному наближенні в [14].

Електричні поля АПХ пов'язані з аксіальним магнітним полем АПХ наступним чином:

$$E_r = \frac{\omega}{ck_{\perp}^2} \left(\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{dB_z}{dr} + \frac{m}{r} B_z \right), \quad E_{\varphi} = i \frac{\omega}{ck_{\perp}^2} \left(\frac{dB_z}{dr} + \frac{m}{r} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} B_z \right). \quad (2.4)$$

Вирази (2.4) були отримані вперше в [4]. Неправильні вирази для E_r і E_{φ} в статтях [14-16] перекреслюють висновки, які були зроблені в цих роботах.

У діелектричному шарі, $a < r < b$, рівняння Максвелла можна звести до диференціального рівняння Бесселя для B_z . Його розв'язок, який задовольняє граничній умові для тангенціального електричного поля на вільній від втрат металевій стінці, $r=b$, є таким:

$$B_z = C_2 [J_m(\kappa r) N'_m(\kappa b) - J'_m(\kappa b) N_m(\kappa r)]. \quad (2.5)$$

У (2.5), $J_m(\kappa r)$ і $N_m(\kappa r)$ є функціями Бесселя першого і другого роду, відповідно, $\kappa^2 = (\omega/c)^2 \varepsilon_d$, C_2 - константа інтегрування. Штрих означає похідну за аргументом.

Для виведення дисперсійного рівняння необхідно застосувати додаткові граничні умови (див., наприклад, [5]), а саме: неперервність тангенціальних електричних та магнітних полів E_{φ} і B_z :

$$\frac{\kappa}{k_{\perp}} \frac{J'_m(\kappa a) N'_m(\kappa b) - J'_m(\kappa b) N'_m(\kappa a)}{J'_m(\kappa b) N_m(\kappa a) - J_m(\kappa a) N'_m(\kappa b)} = \frac{I'_m(k_{\perp} a)}{I_m(k_{\perp} a)} + \frac{\mu m}{k_{\perp} a}. \quad (2.6)$$

У разі вищих радіальних мод можна скористатись асимптотичними розкладаннями для циліндричних функцій [20] і отримати наступний наближений вираз для власної частоти АПХ l -ої радіальної моди:

$$\omega \approx \frac{\pi l c}{\sqrt{\varepsilon_d} (b-a)} \left[1 - \frac{m \mu c^2}{\Omega_e^2 a (b-a)} \right]. \quad (2.7)$$

Оскільки $\mu < 0$ в розглянутому діапазоні частот (2.3), то простий аналітичний аналіз показує, що власні частоти АПХ з додатними азимутальними хвильовими числами є вищими, ніж у АПХ з $m < 0$. Таке ж співвідношення є відомим для нульової радіальної моди [5]. Розщеплення спектру є більш вираженим для АПХ

з великим номером радіальної моди l і великим номером азимутальної моди $|m|$. Незалежно від малості розщеплення, це є вигідним для проблеми збудження АПХ електронним пучком, що обертається уздовж великих ларморових орбіт навколо плазмового стовпа в структурі, показаній на Рис. 4, в якій діелектричний шар замінюється вакуумом [22], оскільки напрямок обертання електронів у аксіальному постійному магнітному полі збігається з напрямком поширення АПХ з азимутним хвильовим числом $m > 0$. Зайве говорити, що вираз (2.7) збігається з отриманим у [19] для випадку ізотропного плазмового хвилеводу в наближенні $|\omega_e| \rightarrow 0$ ($\mu \rightarrow 0$).

3. Числовий аналіз дисперсійного рівняння

У цьому підрозділі наведено результати числового аналізу дисперсійного рівняння (2.6). На Рис. 6-9 в якості осі ординат використовується власна частота, нормована на електронну циклотронну частоту, $\omega/|\omega_e|$. На Рис. 10 досліджено вплив зовнішнього постійного магнітного поля на дисперсійні властивості АПХ, тоді в якості осі ординат використано власну частоту, нормовану на Ленгмюрову частоту, ω/Ω_e . При вивченні дисперсійних властивостей для побудови кривих використовують залежності власних частот від хвильового числа. У випадку АПХ характерним хвильовим числом є $|m|/a$. На Рис. 6-10 цей вектор, нормований на глибину скін-шару, $\delta=c/\Omega_e$, $k_{ef}=|m|\delta/a$, використовується як вісь абсцис. Якщо не вказано інше, для розрахунку власних частот використовуються наступні параметри плазмової хвильової системи: $Z\equiv\Omega_e/|\omega_e|=5$; $\varepsilon_d=4$ (кварц). Цей набір параметрів відповідає умовам звичайної університетської лабораторії.

Залежність власних частот перших радіальних мод АПХ ($l=0, 1, 2$) з азимутальними хвильовими числами $m=+2$ (суцільні лінії), -2 (пунктирні лінії) від k_{ef} для згаданих вище значень параметрів хвильоводу наведено на Рис. 6. Цифрами вказано номер радіального хвильового числа l . Числовий аналіз підтверджує аналітичний результат: власні частоти вищих радіальних мод є вищими за нульову радіальну моду, досліджену раніше [5]. Наприклад, для $k_{ef}=0.5$ АПХ з азимутальним хвильовим числом $m=+2$ має наступні власні частоти: для нульової радіальної моди $l=0$, $\omega=0.815|\omega_e|$; для першої радіальної моди $l=1$, $\omega=1.844|\omega_e|$; для другої радіальної моди $l=2$, $\omega=3.392|\omega_e|$. Остання є вищою, ніж для першої радіальної моди у 1,84 рази, в той час як рівняння (2.7) прогнозує 2 рази.

На Рис. 7 показано залежність власних частот АПХ від k_{ef} для двох абсолютних значень азимутального хвильового числа $m=1, 2$. Видно, що власні частоти вищих радіальних мод АПХ зменшуються зі збільшенням модуля азимутального номера моди m . У цьому відношенні вищі радіальні моди АПХ відрізняються від нульової радіальної моди, для яких відоме збільшення власних

частот зі збільшенням m [5]. Збільшення частоти в залежності від k_{ef} для АПХ з меншими абсолютними значеннями азимутального номера моди є більш помітним, ніж для АПХ з більшими абсолютними значеннями азимутального хвильового числа m .

Криві, які відповідають АПХ з меншим m , досягають верхньої межі частотного діапазону (2.3) при менших значеннях k_{ef} . Іншими словами, вищі радіальні моди АПХ з великим $|m|$ можуть поширюватися в хвилеводах з меншим радіусом плазмового стовпа і меншою густиною частинок плазми.

На Рис. 8 наведено результати числового аналізу впливу ширини діелектричного шару Δ на залежність власних частот АПХ від k_{ef} . Цифри вказують значення Δ . Рівняння (2.7) передбачає, що власна частота АПХ залежить від Δ майже обернено пропорційно. Однак для $k_{ef}=0.5$, власна частота АПХ у випадку $\Delta=0.5$ становить $\omega=2.932|\omega_e|$, що в 1,59 рази (замість теоретичного прогнозу 2) більше, ніж власна частота АПХ у випадку $\Delta=1.0$, $\omega=1.844|\omega_e|$, і в 2,04 рази (замість теоретичного прогнозу 3) більше власних частот АПХ у випадку $\Delta=1.5$, $\omega=1.437|\omega_e|$. Зауважимо, що у випадку нульової радіальної моди АПХ [5], власна частота зростає зі збільшенням Δ за однакових решти умов.

На Рис. 9 представлені результати вивчення впливу діелектричної проникності діелектричного шару ε_d на залежність власних частот АПХ від ефективного хвильового числа k_{ef} . Цифри вказують значення ε_d . Можна спостерігати монотонне зменшення власної частоти зі збільшенням діелектричної проникності. Рівняння (2.7) передбачає, що частота АПХ у випадку $\varepsilon_d=4$ за однакових решти умов має бути вдвічі меншою, ніж у випадку $\varepsilon_d=1$. Дійсно, для $k_{ef}=0.5$ власна частота АПХ у випадку $\varepsilon_d=1$ становить $\omega=3.466|\omega_e|$, що в 1.88 разів більше, ніж власна частота АПХ у випадку $\varepsilon_d=4$, $\omega=1.844|\omega_e|$. У випадку нульової радіальної моди зменшення власної частоти АПХ зі збільшенням ε_d є менш вираженим.

На Рис. 10 розглянуто вплив зовнішнього аксіального постійного магнітного поля B_0 на власну частоту АПХ. Пунктирні лінії відповідають слабшому $B_0 : Z=8$. На підставі результатів, представлених на Рис.10, можна зробити такі висновки. Зростання B_0 спричиняє незначне зростання власної частоти вищих радіальних мод АПХ. Така ж якісна залежність власної частоти АПХ від B_0 є добре відомою (з урахуванням припущення $\Omega_e > |\omega_e|$, в межах якого проводиться дослідження) для випадку нульової радіальної моди АПХ [5] і впливає з рівняння (2.7).

4. Висновки

Представлено комплексний аналіз дисперсійних властивостей вищих радіальних мод АПХ. Досліджено залежність власних частот АПХ від параметрів плазмового хвильоводу: розмірів плазмового стовпа і діелектричного шару, густини частинок плазми, азимутального номера моди та діелектричної проникності. Показано, що власна частота АПХ збільшується зі зменшенням ширини шару діелектрика $(b-a)$, абсолютної величини азимутального номера моди $|m|$, діелектричної проникності ε_d , і особливо зі збільшенням радіального хвильового числа l . Збільшення постійного аксіального магнітного поля B_0 викликає незначне збільшення власної частоти вищих радіальних мод АПХ. Дисперсійні властивості вищих радіальних мод АПХ порівнюються з властивостями нульової радіальної моди АПХ. Показано, що власні частоти АПХ з додатними азимутальними хвильовими числами, $m>0$, є вищими, ніж з негативними m : $\omega(|m|) > \omega(-|m|)$.

Автор конкурсної роботи самостійно вивів дисперсійне рівняння АПХ, провів числовий аналіз здобутого рівняння, що дало можливість проілюструвати здобуті результати доречними рисунками, особисто доповідав здобуті результати на трьох конференціях.

Результати роботи можуть представляти інтерес для плазмової електроніки. Збудження вищих радіальних мод АПХ потоком електронів, що обертаються в постійному аксіальному магнітному полі навколо плазмового стовпа уздовж великих ларморових орбіт, вивчалось в [22]. Переваги використання АПХ з незвичайною поляризацією, що збуджуються електронним пучком, що обертається, порівняно з об'ємними електромагнітними хвилями, що поширюються вздовж осі циліндричного хвильоводу, що збуджується поздовжнім електронним пучком у пристроях плазмової електроніки, наведено, наприклад, у [9, 22]. Експериментальні та теоретичні дослідження, проведені в Університеті Меріленда, з виробництва потужного мікрохвильового випромінювання в гіротронах з великою орбітою, були розглянуті в [23].

У наближенні малої глибини проникнення АПХ до плазмового стовпа, $k_{\perp}a \gg 1$, дисперсійні властивості АПХ не залежить від властивостей речовини, розташованої поблизу осі хвилеводу. В цьому випадку представлені результати мають збігатися з результатами вивчення дисперсійних властивостей АПХ в [14]. Автори [14] розглядали збільшення числа розв'язків дисперсійного рівняння як один із найбільш значущих результатів свого дослідження. На жаль, помилки у виразах для полів незвичайно поляризованих АПХ в [14-17] потребують перегляду отриманих в них результатів.

Вивчення властивостей дисперсії АПХ може бути цікавим і для нанофізики [24], і медичної фізики [25].

Список використаної літератури

1. Elliott R.S., "Azimuthal surface waves on circular cylinders," *Journal of Applied Physics*, Vol. 26, No. 4, p. 368-376, April 1955.
2. Kazuo Horiuchi, "Surface wave propagation over a coated conductor with small cylindrical curvature in direction of travel," *Journal of Applied Physics*, Vol. 24, Issue 7, p. 961-962, 1953. doi.org/10.1063/1.1721421
3. Wait J.R., "Waves circulating around a rigid cylindrical obstacle in a compressible plasma," *Radio Science Journal of Research NBS/USBC-URSI*, Vol. 69D, No. 4, p. 567-577, April 1965.
4. Wait J.R., "Transverse propagation of waveguide modes in a cylindrically stratified magnetoplasma," *Radio Science*. 1966. Vol. 1, No. 6. P. 641-654.
5. Girka V.A., Girka I.A., Kondratenko A.N., Tkachenko V.I. Azimuthal surface waves of magnetoactive plasma waveguides// *Soviet Journal of Communications Technology and Electronics*. 1988. Vol. 33, No. 8. p. 37-41.
6. Girka V.A., Girka I.A., Kondratenko A.N., Tkachenko V.I. Azimuthal surface modes of isotropic plasma waveguides// *Soviet Journal of Communications Technology and Electronics*. 1989. Vol. 34, No. 15. p. 103-105.
7. Girka V.O., Girka I.O., Pavlenko I.V. Electrodynamic model of the gas discharge sustained by azimuthal surface waves// *Contributions to Plasma Physics*, 2001, Vol. 41, No. 4, p. 393-406.
8. Girka V.O., Girka I.O., Pavlenko I.V. Excitation of azimuthal surface modes by relativistic flows of electrons in high-frequency range// *Plasma Physics Reports*, 2011, vol. 37, No. 5, p. 447-454.
9. Girka V.O., Girka I.O., Morgal Ya.I., Pavlenko I.V. Excitation of azimuthal surface modes by annular electron beams in the range of electron cyclotron frequency// *PhysicaScripta*, 2011, Vol. 84, 025505, 7pp.
10. Girka V.O., Girka I.O., Pavlenko I.V. Excitation of ion azimuthal surface modes in a magnetized plasma by annular flow of light ions// *Progress In Electromagnetics Research M (PIERM)*, Vol. 21, p. 267-278, 2011.

11. Girka V.A., Girka I.A., Kondratenko A.N., Tkachenko V.I. Azimuthal Surface Waves at the boundary Between a Magnetoactive Plasma and a Metal// Soviet Journal of Communications Technology and Electronics. 1989. Vol. 34, No. 4. p. 96-99.
12. N. A. Azarenkov, A. N. Kondratenko, and K. N. Ostrikov, *Pis'ma Zh. Tekh. Fiz.* 15 (14), 68 (1989) [*Tech. Phys. Lett.* 15, 566 (1989)].
13. N. A. Azarenkov, K. N. Ostrikov, and I. B. Shcherbinina, *Radiotekh. Élektron.* (Moscow) 35, 2031 (1990).
14. B. Jazi, and H. Mehdian, "Dispersion relation of azimuthal electromagnetic surface waves on a magnetized plasma column in a dielectric lined slow-wave waveguide," *Plasma Physics and Controlled Fusion*, Vol. 46, No. 3, February 2004, p. 507-518.
15. B. Shokri, and B. Jazi, "Azimuthal electromagnetic surface waves on an annular magnetized plasma," *Physics Letters A*, Vol. 318, p.415–424, 2003.
16. B. Jazi, and B. Shokri, "Excitation of electromagnetic surface waves by an annular electron beam in a plasma waveguide with a dielectric rod and a magnetized plasma column," *Plasma Phys. Control. Fusion*, Vol. 47, p. 37-47, 2005.
17. B. Jazi, B. Shokri, and H. Arbab, "Azimuthal electromagnetic surface waves in a rod dielectric magnetized plasma waveguide and their excitation by an annular relativistic rotating electron beam," *Plasma Phys. Control. Fusion*, Vol. 48, p. 1105-1123, 2006.
18. V. Girka, I. Girka, and M. Thumm, *Surface flute waves in plasmas. Theory and applications* (Springer-Verlag, Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London, 2014).
19. Girka I.O., Omelchenko I.V., Sydora R., Higher radial modes of azimuthal surface waves in cylindrical waveguides without external magnetic field // *Progress In Electromagnetics Research M*, 2017, Vol. 54, p. 1-7. <http://www.jpier.org/PIERM/pier.php?volume=54>

20. M. Abramowitz, and I. Stegun, Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, Washington: National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series, 1972.
21. M. Brambilla, Kinetic Theory of Plasma Waves: Homogeneous Plasmas. International Series on Monographs on Physics 96, Oxford: Clarendon Press, 1998.
22. I. Girka, I. Pavlenko, M. Thumm, Excitation of higher radial modes of azimuthal surface waves in the electron cyclotron frequency range by rotating relativistic flow of electrons in cylindrical waveguides partially filled by plasmas// Physics of Plasmas, Vol. 25, Issue 5, 052109 (2018)
23. W. W. Destler, E. Chojnacki, R. F. Hoeberling, W. Lawson, A. Singh, and C.D. Striffler, High-Power Microwave Generation from Large-Orbit Devices // IEEE Trans. Plasma Sci., Vol. 16, No. 2, p. 71-89, (1988). DOI: 10.1109/27.3797
24. K. Ostrikov, E. C. Neyts, and M. Meyyappan, "Plasma nanoscience: from nano-solids in plasmas to nano-plasmas in solids," Advances in Physics, Vol. 62:2, p. 113-224 (2013). DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/00018732.2013.808047>
25. S. Baieva, J. A. Ihalainen, and J. J. Toppari, "Strong coupling between surface plasmonpolaritons and β -carotene in nanolayered system," Journal of Chemical Physics, Vol. 138, p. 044707 (2013). doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4776233>.