

## 2 ДИНАМІКА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ

### ЗВЕДЕННЯ ОСНОВНИХ ФОРМУЛ

**2.1** Рівняння руху матеріальної точки (другий закон Ньютона) у векторній формі має вигляд

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i$$

або у випадку, коли  $m = const$ ,

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i,$$

де  $\sum_{i=1}^N \vec{F}_i$  - геометрична сума сил, що діють на матеріальну точку;  $m$  - маса;  $\vec{a}$  - прискорення;  $\vec{p} = m\vec{v}$  - імпульс;  $N$  - кількість сил, що діють на точку.

У координатній (скалярній) формі рівняння руху матеріальної точки

$$ma_x = \sum_{i=1}^N F_{xi}, \quad ma_y = \sum_{i=1}^N F_{yi}, \quad ma_z = \sum_{i=1}^N F_{zi},$$

або

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = \sum_{i=1}^N F_{xi}, \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = \sum_{i=1}^N F_{yi}, \quad m \frac{d^2z}{dt^2} = \sum_{i=1}^N F_{zi},$$

де під знаком суми містяться проекції сил  $F_i$  на відповідні осі координат.

### 2.2 Сила пружності

$$F_{\text{пруж}} = -kx,$$

де  $k$  – коефіцієнт пружності;  $x$  – абсолютна деформація.

### 2.3 Сила гравітаційної взаємодії двох точкових тіл

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де  $G$  – гравітаційна стала;  $m_1$  і  $m_2$  – маси тіл, що взаємодіють;  $r$  – відстань між тілами.

### 2.4 Сила тертя ковзання

$$F_{\text{тр}} = \mu N,$$

де  $\mu$  – коефіцієнт тертя;  $N$  – сила нормального тиску.

### 2.5 Координати центра мас системи матеріальних точок

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^N m_i x_i}{\sum_{i=1}^N m_i}, \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^N m_i y_i}{\sum_{i=1}^N m_i}, \quad z_c = \frac{\sum_{i=1}^N m_i z_i}{\sum_{i=1}^N m_i},$$

де  $m_i$  – маса  $i$ -ї матеріальної точки;  $x_i, y_i, z_i$  – її координати.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

**Приклад 2.1** На рівному столі лежить брусок масою 4 кг. До бруска прив'язані два шнури, перекинуті через нерухомі блоки, які прикріплені до протилежних боків стола. До кінців шнурів підвішені гирі масами 1 кг та 2 кг. Знайти прискорення, з яким рухається брусок та силу натягу кожного зі шнурів. Масою блоків знехтувати.

**Розв'язання**

$a - ?$ $T_1 - ?$ $T_2 - ?$
$m = 4 \text{ кг},$ $m_1 = 1 \text{ кг},$ $m_2 = 2 \text{ кг},$ $g = 9,81 \text{ м/с}^2.$

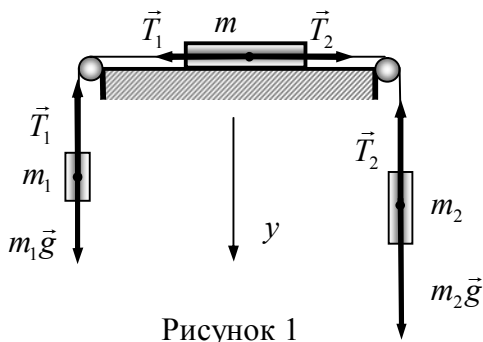


Рисунок 1

На брусок масою  $m$  діють сили натягу шнурів  $\vec{T}_1$  та  $\vec{T}_2$ , результуюча яких згідно з другим законом Ньютона дорівнює:

$$ma = T_2 - T_1. \tag{1}$$

Цей закон для вантажів  $m_1$  та  $m_2$  в проекціях на вісь  $y$  має вигляд (див. рис. 1)

$$m_2 a = m_2 g - T_2, \quad m_1 a = -m_1 g + T_1. \tag{2}$$

Додамо ці рівняння та отримаємо

$$(m_1 + m_2)a = g(m_2 - m_1) - (T_2 - T_1). \quad (3)$$

Звідси

$$(T_2 - T_1) = g(m_2 - m_1) - (m_1 + m_2)a. \quad (4)$$

Підставимо (4) в (1) та отримаємо

$$ma = g(m_2 - m_1) - (m_1 + m_2)a.$$

З цього рівняння легко знайдемо прискорення вантажів

$$a = g \frac{(m_2 - m_1)}{m + m_1 + m_2}. \quad (5)$$

Сили натягу шнурів знайдемо із співвідношень (2) з урахуванням (5):

$$T_1 = m_1(a + g) = m_1 g \left( \frac{(m_2 - m_1)}{m + m_1 + m_2} + 1 \right) = m_1 g \cdot \frac{2m_2 + m}{m + m_1 + m_2},$$

$$T_2 = m_2(g - a) = m_2 g \left( 1 - \frac{(m_2 - m_1)}{m + m_1 + m_2} \right) = m_2 g \cdot \frac{2m_1 + m}{m + m_1 + m_2}.$$

Розмірність отриманих величин є очевидною.

Після підстановки числових значень фізичних величин отримуємо:

$$a = 9,81 \frac{(2-1)}{4+2+1} = 1,4 \text{ (м/с}^2\text{)},$$

$$T_1 = 9,81 \cdot \frac{2 \cdot 2 + 4}{4 + 1 + 2} = 11,21 \text{ (Н)},$$

$$T_2 = 2 \cdot 9,81 \cdot \frac{2 \cdot 1 + 4}{4 + 1 + 2} = 16,82 (H).$$

**Відповідь:**  $a = 1,4 \text{ м/с}^2$ ;  $T_1 = 11,21 \text{ Н}$ ;  $T_2 = 16,82 \text{ Н}$ .

**Приклад 2.2** Через блок перекинута нерозтяжна, невагома нитка, на кінцях якої висять тягарці масами  $m_1$  і  $m_2$ , причому  $m_1 > m_2$ . Блок почали піднімати вгору з прискоренням  $\vec{a}_0$  відносно Землі. Вважаючи, що нитка зісковзує по блоку без тертя, знайти сили натягу нитки і прискорення  $a_1$  вантажу  $m_1$  відносно Землі.

### Розв'язання

$a_{1,x} - ?$	$T - ?$
$m_1,$	
$m_2,$	
$a_0.$	

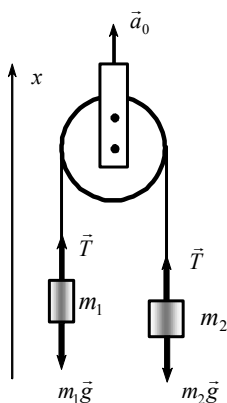


Рисунок 2

Виберемо додатний напрямок осі  $x$ , як показано на рис 2, і запишемо для обох тягарців основне рівняння динаміки в проекціях на цю вісь:

$$\begin{cases} m_1 a_{1,x} = T - m_1 g, \\ m_2 a_{2,x} = T - m_2 g. \end{cases} \quad (1)$$

## 2 ДИНАМІКА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ

---

Ця система рівнянь має три невідомих:  $a_{1,x}$ ,  $a_{2,x}$  і  $T$ . Для запису третього рівняння використаємо кінетичний зв'язок між прискореннями:

$$\bar{a}_1 = \bar{a}_0 + \bar{a}', \quad \bar{a}_2 = \bar{a}_0 - \bar{a}',$$

де  $\bar{a}'$  – прискорення вантажу масою  $m_1$  відносно блока. Склавши почленно ліву і праву частини цих рівностей, отримаємо

$$\bar{a}_1 + \bar{a}_2 = 2\bar{a}_0,$$

або в проекціях на вісь  $x$

$$a_{1,x} + a_{2,x} = 2a_0. \quad (2)$$

Розв'язавши разом рівняння (1) і (2), знайдемо:

$$T = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}(g + a_0), \quad a_{1,x} = \frac{2m_2a_0 + (m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}.$$

Із отриманих виразів зрозуміло, що при заданому  $\bar{a}_0$  знак  $a_{1,x}$  залежить від співвідношення мас  $m_1$ ,  $m_2$ , зокрема,  $a_{1,x} = 0$  при

$$\frac{m_1}{m_2} = 1 + \frac{2a_0}{g}.$$

**Відповідь:**  $T = \frac{2m_1m_2}{m_1 + m_2}(g + a_0); a_{1,x} = \frac{2m_2a_0 + (m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2}.$

**Приклад 2.3** На похилій площині, що утворює з горизонтом кут  $\alpha = 30^\circ$ , розміщене тіло масою  $m_1 = 2\text{ кг}$ . Тіло рухається вгору по похилій площині під дією зв'язаного з ним невагомою і нерозтяжною ниткою, перекинutoю через блок, вантажу масою  $m_2 = 20\text{ кг}$ . Початкові швидкості тіла і вантажу дорівнюють нулю, коефіцієнт тертя тіла  $\mu = 0,1$ . Визначити прискорення, з яким рухаються тіла, і силу натягу нитки. Блок вважати невагомим, тертям знехтувати.

**Розв'язання**

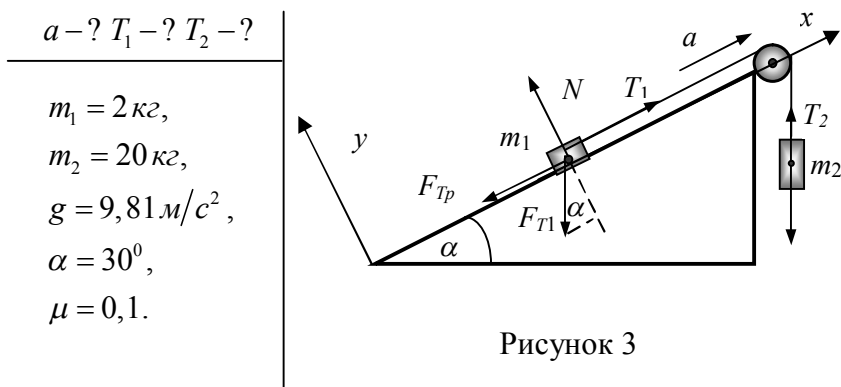


Рисунок 3

На тіло  $m_1$ , яке рухається по похилій площині, діють сила тяжіння  $\vec{F}_{T1} = m_1\vec{g}$ , сила натягу нитки  $T_1$ , сила тертя  $\vec{F}_{Tp}$  і сила реакції опори  $\vec{N}$ . На вантаж  $m_2$  діють сила тяжіння  $\vec{F}_{T2} = m_2\vec{g}$  і сила натягу нитки  $T_2$ . Тут  $g$  – прискорення вільного падіння. Другий закон Ньютона (рівняння руху) для цих тіл буде мати вигляд

$$\vec{T}_1 + \vec{N} + m\vec{g} + \vec{F}_{Tp} = m_1\vec{a}_1,$$

$$\vec{T}_2 + m_2\vec{g} = m_2\vec{a}_2,$$

де  $a_1, a_2$  - прискорення руху тіл.

Із умов невагомості і нерозтяжності нитки та відсутності тертя впливає, що  $a_1 = a_2 = a$ ,  $T_1 = T_2 = T$ .

Виберемо для тіла  $m_1$  систему відліку  $xOy$  так, як показано на рисунку 3. Тоді рівняння руху цього тіла в проекціях на осі  $x$  і  $y$  запишеться так:

$$T - mg \sin \alpha - F_{Tp} = m_1 a, \quad (3)$$

$$N - mg \cos \alpha = 0. \quad (4)$$

Із співвідношення (2) знайдемо  $N$  та підставимо у рівняння (1), врахувавши, що  $F_{Tp} = \mu N$ , тоді отримаємо

$$T - mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = m_1 a, \quad (5)$$

де  $\mu$  - коефіцієнт тертя.

Рівняння руху вантажу  $m_2$  у проекції на вертикальну вісь  $y'$  має вигляд

$$m_2 g - T = m_2 a. \quad (6)$$

Розв'язавши систему рівнянь (5) та (6) відносно  $a$ , після простих перетворень отримаємо

$$a = \frac{(m_2 - m_1 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha))g}{m_1 + m_2}. \quad (7)$$

Знаючи  $a$ , підставивши співвідношення (7) у вираз (6), знайдемо силу натягу нитки

$$T = \frac{m_1 m_2 g (1 + \sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m_1 + m_2}.$$



Перевіримо розмірності отриманих величин:

$$\frac{[m] \cdot [a]}{[m]} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2}{\text{кг}} = \text{м} / \text{с}^2,$$

$$\frac{[m] \cdot [m] \cdot [a]}{[m]} = \frac{\text{кг} \cdot \text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2}{\text{кг}} = \text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}^2 = \text{Н}.$$

Після підстановки числових значень фізичних величин отримуємо

$$a = \frac{(20 - 2 \cdot (\sin 30^\circ + 0,1 \cos 30^\circ)) \cdot 9,8}{20 + 2} = 8,4 (\text{м} / \text{с}^2),$$

$$T = \frac{2 \cdot 20 \cdot 9,8 \cdot (1 + \sin 30^\circ + 0,1 \cos 30^\circ)}{20 + 2} = 28,2 (\text{Н}).$$

**Відповідь:**  $a = 8,4 \text{ м} / \text{с}^2$ ;  $T = 28,2 \text{ Н}$ .

**Приклад 2.4** Яку найбільшу швидкість  $v_{\max}$  може розвинути велосипедист, проїжджаючи заокруглення радіусом  $R = 50 \text{ м}$ , якщо коефіцієнт тертя ковзання між шинами і асфальтом дорівнює  $\mu = 0,3$ ? Чому дорівнює кут  $\alpha$  відхилення велосипеда від вертикалі, коли велосипедист рухається по заокругленню?

Розв'язання

$$v_{\max} - ?$$


---


$$R = 50 \text{ м},$$

$$\mu = 0,3,$$

$$g = 9,81 \text{ м/с}^2.$$

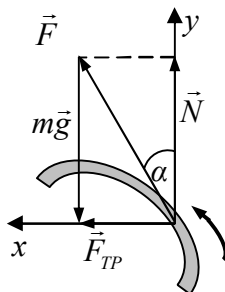


Рисунок 4

На велосипедиста, який рухається по дузі кола (виконує віраж), діють такі сили (рис.4): тяжіння  $m\vec{g}$ , прикладена до центра мас велосипедиста; тертя  $\vec{F}_{TP}$ , що надає велосипедисту доцентрового прискорення, та реакція опори  $\vec{N}$ .

У цьому випадку основне рівняння динаміки у векторній формі має вигляд

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{TP} = m\vec{a}.$$

Знайдемо проекції цього рівняння на координатні осі. Вісь  $x$  спрямуємо вдовж прискорення по радіусу кола, вісь  $y$  - вертикально вгору:

$$\begin{cases} F_{TP} = ma, \\ -mg + N = 0. \end{cases}$$

Оскільки сила тертя

$$F_{TP} = \mu N,$$

а доцентрове прискорення

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

Тоді перше рівняння системи набуде вигляду

$$\mu N = m \frac{v^2}{R},$$

звідси

$$v = \sqrt{\frac{\mu NR}{m}}.$$

Максимальне значення швидкості буде відповідати максимальному значенню сили тертя. Сила тертя є максимальною, коли  $N = mg$ , тоді

$$v_{\max} = \sqrt{\mu g R}.$$

Кут нахилу велосипедиста визначимо з рис. 4:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu mg}{mg} = \mu.$$

Тоді

$$\alpha = \operatorname{arctg} \mu.$$

Виконаємо перевірку розмірності швидкості

$$\sqrt{[\mu][g][R]} = \sqrt{\frac{M}{c^2} \cdot M} = \frac{M}{c}.$$

Після підстановки числових значень фізичних величин отримуємо

$$v_{\max} = \sqrt{0,3 \cdot 9,81 \cdot 50} = 12,13 \text{ (м/с)},$$

$$\alpha = \arctg 0,3 \approx 16,70^\circ \approx 16^\circ 42'.$$

**Відповідь:**  $v_{\max} = 12,1 \text{ м/с}$ ;  $\alpha = 16^\circ 42'$ .

**Приклад 2.5** До нитки довжиною  $l = 1 \text{ м}$  прикріплений вантаж масою  $m = 500 \text{ г}$ . З якою силою вантаж розтягує нитку у верхній та нижній точках траєкторії під час його обертання по колу у вертикальній площині з частотою  $\nu = 0,5 \text{ с}^{-1}$ ? Чому дорівнює максимальний період обертання вантажу?

**Розв'язання**

$\vec{N}_1 - ?$ $\vec{N}_2 - ?$ $T_{\min} - ?$
$l = 1 \text{ м},$ $m = 500 \text{ г} = 0,5 \text{ кг},$ $\nu = 0,5 \text{ с}^{-1},$ $g = 9,81 \text{ м/с}^2.$

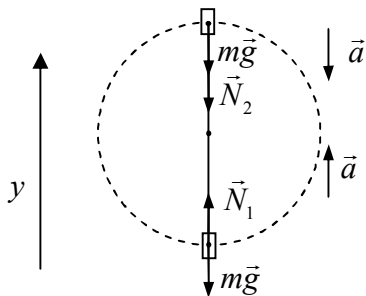


Рисунок 5

На вантаж, що рухається по колу, діють дві сили: сила тяжіння  $m\vec{g}$  та сила натягу нитки  $\vec{N}$ , яка змінюється залежно від положення вантажу. Другий закон Ньютона для цього тіла має вигляд

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a},$$

## 2 ДИНАМІКА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ

---

де  $\vec{a}$  - доцентрове прискорення.

Запишемо це рівняння в проекціях на вісь  $y$  для моменту часу, коли вантаж проходить нижню точку траєкторії:

$$N_1 - mg = ma$$

та її верхню точку:

$$-N_2 - mg = -ma \quad \text{або} \quad N_2 + mg = ma.$$

Врахуємо, що доцентрове прискорення визначається за формулою

$$a = \omega^2 R = 4\pi^2 v^2 R.$$

Тоді у випадку, коли тіло перебуває у нижній точці траєкторії, сила натягу нитки складає

$$N_1 = m(4\pi^2 v^2 R + g),$$

а у випадку, коли вантаж перебуває у верхній точці:

$$N_2 = m(4\pi^2 v^2 R - g).$$

Виконаємо відповідні розрахунки:

$$N_1 = 0,5 \cdot (4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,5^2 \cdot 1 + 9,81) = 9,83(H).$$

$$N_2 = 0,5 \cdot (4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,5^2 \cdot 1 - 9,81) = 0,06(H).$$

Перевіримо розмірність

$$[m]([v]^2[R] + [g]) \neq c \left( c^{-2} \cdot m + \frac{M}{c^2} \right) \neq c \frac{M}{c^2} \neq H.$$

**Відповідь:**  $N_1 = 9,83 \text{ Н}$ ;  $N_2 = 0,06 \text{ Н}$ .

## ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

**2.1** Знайти модуль і напрямок сили, що діє на частинку масою  $m$  при її русі по площині  $xy$  за законом  $x = A \sin \omega t$ ,  $y = B \cos \omega t$ , де  $A$ ,  $B$ ,  $\omega$  – сталі.

**Відповідь:**  $\vec{F} = -m\omega^2 \vec{r}$ , де  $\vec{r}$  – радіус вектор частинки відносно початку координат;  $F = m\omega^2 \sqrt{x^2 + y^2}$ .

**2.2** Сила  $F$  надає тілу масою  $m_1$  прискорення  $a_1 = 2 \text{ м/с}^2$ . Та сама сила тілу масою  $m_2$  надає прискорення  $a_2 = 3 \text{ м/с}^2$ . Яке прискорення надасть ця сила цим тілам, якщо їх з'єднати?

**Відповідь:**  $a = 1,2 \text{ м/с}^2$ .

**2.3** Ракета летить на Місяць. В якій точці на прямій, що з'єднує центри Землі та Місяця, ракета буде притягуватися Землею та Місяцем з однаковою силою?

**Відповідь:** Ракета буде притягуватися з однаковою силою на відстані  $r = 3,4 \cdot 10^5 \text{ км}$  від поверхні Землі.

**2.4** Знайти доцентрове прискорення з яким рухається по коловій орбіті штучний супутник Землі, який знаходиться на висоті  $h = 200 \text{ км}$  від поверхні Землі.

**Відповідь:**  $a_{\text{дц}} = 9,2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ .

**2.5** Аеростат масою  $m = 250 \text{ кг}$  почав опускатися з прискоренням  $a = 0,2 \text{ м/с}^2$ . Визначити масу баласту, який необхідно викинути за борт, щоб аеростат отримав таке саме прискорення, але спрямоване вгору. Опором повітря знехтувати.

**Відповідь:**  $\Delta t = 10 \text{ кг}$ .

**2.6** Невелику кульку масою  $m$ , підвішену на нитці, відвели в бік так, що нитка утворила прямий кут з вертикаллю, а потім відпустили. Знайти: а) модуль повного прискорення кульки і силу натягу нитки залежно від  $\varphi$  – кута відхилення нитки від вертикалі; б) силу натягу нитки в момент, коли вертикальна складова швидкості кульки максимальна; в) кут  $\varphi$  між ниткою і вертикаллю в момент, коли вектор повного прискорення кульки направлений горизонтально.

**Відповідь:** а)  $a = g\sqrt{1 + 3\cos^2 \varphi}$ ,  $T = 3mg \cos \varphi$ ; б)  $T = mg\sqrt{3}$ ;

в)  $\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

**2.7** Брусок масою  $m_2 = 5 \text{ кг}$  може вільно ковзати по горизонтальній поверхні без тертя. На ньому розміщений другий брусок масою  $m_1 = 1 \text{ кг}$ . Коефіцієнт тертя між поверхнями брусків  $\mu = 0,3$ . Визначити максимальне значення сили  $F_{\max}$ , прикладеної до нижнього бруска, при якому почнеться проковзування верхнього бруска.

**Відповідь:**  $F_{\max} = 17,7 \text{ Н}$ .

**2.8** По горизонтальній площині за мотузку тягнуть санчата, маса яких разом з вантажем  $m = 15 \text{ кг}$ , із силою  $F = 80 \text{ Н}$ . Кут відхилення мотузки від горизонталі  $\alpha = 60^\circ$ . Коефіцієнт тертя санчат об сніг -  $\mu = 0,05$ . Знайти, з яким прискоренням рухаються санчата.

**Відповідь:**  $a = 2,15 \text{ м/с}^2$ .

**2.9** На горизонтальній площині розміщений брусок масою  $m_1 = 2 \text{ кг}$ . Коефіцієнт тертя бруска по площині  $\mu_1 = 0,2$ . На бруску розміщений інший брусок масою  $m_2 = 8 \text{ кг}$ . Коефіцієнт тертя  $\mu_2$  верхнього бруска по нижньому дорівнює  $\mu_2 = 0,3$ . До верхнього бруска прикладена сила  $F$ . Визначити: а) значення

сили  $F_1$ , при якому почнеться сумісне ковзання брусків по поверхні; б) значення сили  $F_2$ , при якому верхній брусок почне проковзувати відносно нижнього.

**Відповідь:** а)  $F_1 = 20 \text{ Н}$ ; б)  $F_2 = 40 \text{ Н}$ .

**2.10** До кінців невагомої та нерозтяжної нитки, що перекинута через невагомий та нерухомий блок, підвішені два вантажі масами  $m_1 = 11 \text{ кг}$  та  $m_2 = 7 \text{ кг}$ . Визначити силу натягу нитки та прискорення вантажів під час їх руху.

**Відповідь:**  $a = 2,2 \text{ м/с}^2$ ;  $N = 83,8 \text{ Н}$ .

**2.11** Два однакових тіла масою  $M$  кожне зв'язані між собою ниткою, яку перекинута через блок з нерухомою віссю. До одного з цих тіл додають тягарець масою  $m$ . Визначити: а) силу натягу нитки; б) прискорення, з якими рухаються тіла; в) силу, з якою тягарець діє на тіло  $M$ ; г) силу, з якою блок діє на вісь.

**Відповідь:** а)  $T = \frac{2M(M+m)g}{2M+m}$ ; б)  $a = \frac{mg}{2M+m}$ ; в)  $R = \frac{2Mmg}{2M+m}$ ;

г)  $F = 2T$ .

**2.12** На столі стоїть візок масою  $m_1 = 4 \text{ кг}$ . До візка прив'язаний кінець мотузки, яка перекинута через невагомий та нерухомий блок. З яким прискоренням буде рухатися візок, коли до іншого кінця мотузки прив'язати вантаж масою  $m_2 = 2 \text{ кг}$ ,? Коефіцієнт тертя візка об поверхню стола  $\mu = 0,3$ .

**Відповідь:**  $a = 1,3 \text{ м/с}^2$ .

**2.13** Тіло лежить на похилій площині, яка складає з горизонтом кут  $\alpha = 4^\circ$ . При якому найбільшому коефіцієнті тертя тіло почне зісковзувати по похилій площині? З яким прискоренням  $a$  буде ковзати тіло по площині, якщо коефіцієнт тертя  $\mu = 0,03$ ? Який час необхідний для проходження за цих умов шляху  $s = 100 \text{ м}$ ? Яку швидкість  $v$  тіло буде мати в кінці шляху?

**Відповідь:**  $\mu \leq 0,07$ ;  $a = 0,39 \text{ м/с}^2$ ;  $t = 22,7 \text{ с}$ ;  $v = 8,85 \text{ м/с}$ .



**2.14** Похила площина, що утворює кут  $\alpha = 25^\circ$  з площиною горизонту, має довжину  $l = 2 \text{ м}$ . Тіло, рухаючись рівноприскорено, зісковзує з цієї площини за час  $t = 2 \text{ с}$ . Визначити коефіцієнт тертя  $\mu$  тіла по площині.

**Відповідь:**  $\mu = 0,35$ .

**2.15** Невелике тіло пустили знизу вгору по похилій площині, яка складає кут  $\alpha = 15^\circ$  з горизонтом. Знайти коефіцієнт тертя, якщо час підняття тіла був у  $\eta = 2$  рази менший від часу спускання.

**Відповідь:**  $\mu = 0,16$ .

**2.16** На вершині ідеально гладенької похилої площини, що утворює кут  $\alpha$  з горизонтом, розташовано невагомий блок. Через блок перекинута нерозтяжна і невагома нитка, до кінців якої прикріплено тягарці  $m_1$  і  $m_2$  (рис. 6). Знехтувавши тертям у блоці, визначити прискорення, з яким рухаються тягарці, та натяг нитки.

**Відповідь:**  $a = \frac{(m_1 \sin \alpha - m_2)g}{m_1 + m_2}$ ;  $T = \frac{m_1 m_2 (1 + \sin \alpha)g}{m_1 + m_2}$ .

**2.17** Невагомий блок закріплено на вершині двох похилих площин, які утворюють кут  $\alpha = 30^\circ$  і  $\beta = 45^\circ$  з горизонтом (рис. 7). Через блок перекинута нитка, до кінців якої прикріплені тіла масою  $m_1 = 0,45 \text{ кг}$  і  $m_2 = 0,5 \text{ кг}$ . Нехтуючи тертям, знайти: прискорення, з яким рухаються тіла; силу натягу нитки.

**Відповідь:**  $a = 1,33 \text{ м/с}^2$ ;  $T = 2,8 \text{ Н}$ .

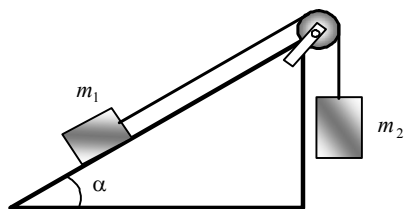


Рисунок 6

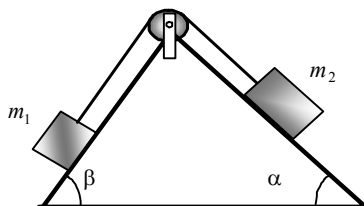


Рисунок 7

**2.18** На вершині двох похилих площин, що утворюють з горизонтом кути  $\alpha$  і  $\beta$ , закріплено невагомий блок (рис. 7). До нитки, яка перекинута через блок, прив'язані два тягарці масами  $m_1$  і  $m_2$ . Визначити прискорення, з яким рухаються тіла вздовж похилих площин, якщо коефіцієнт тертя першого тіла по похилій площині  $\mu_1$ , а другого –  $\mu_2$ . Визначити силу натягу нитки та силу, з якою блок тисне на вісь. Тертям у блоці і масою нитки знехтувати.

**Відповідь:**  $a = \frac{m_2(\sin \beta - \mu_2 \cos \beta) - m_1(\sin \alpha + \mu_1 \cos \alpha)}{m_1 + m_2} g$ ;

$$F = 2T \sin \frac{\alpha + \beta}{2};$$

$$T = \left[ \left( m_2 - \frac{m_2^2}{m_1 + m_2} \right) (\sin \beta - \mu_2 \cos \beta) - \frac{m_1 m_2 (\sin \alpha + \mu_1 \cos \alpha)}{m_1 + m_2} \right] g.$$

**2.19** При якій швидкості автомобіля тиск, з яким він діє на угнутий міст, в два рази більший від тиску, що діє на випуклий міст? Радіус кривизни в обох випадках  $R = 30$  м.

**Відповідь:**  $v = \frac{\sqrt{gR}}{3} = 10$  м/с.

**2.20** Акробат на мотоциклі описує «мертву петлю» радіусом  $r = 4$  м. З якою найменшою швидкістю  $v_{\min}$  має він верхню точку петлі, щоб не зірватися?

**Відповідь:**  $v_{\min} = 6,26$  м/с.

**2.21** Літак летить зі швидкістю  $v = 100$  м/с і описує вертикальну петлю Нестерова радіусом  $R = 360$  м. Знайти силу, яка притискує льотчика масою  $m = 80$  кг до сидіння: у нижній точці петлі та у верхній точці цієї петлі.

**Відповідь:**  $N_1 = 3$  кН;  $N_2 = 1,44$  кН.

**2.22** До стелі рухомого ліфта на нитці підвішене тіло масою  $m = 0,5 \text{ кг}$ . Визначити силу натягу нитки під час руху ліфта вгору з прискоренням  $a = 2 \text{ м/с}^2$ ; вниз із прискоренням  $a = 2 \text{ м/с}^2$ .

**Відповідь:**  $T_1 = 5,9 \text{ Н}$ ;  $T_2 = 3,9 \text{ Н}$ .

**2.23** Маса ліфта з пасажирами дорівнює  $M = 800 \text{ кг}$ . Визначити, з яким прискоренням і в якому напрямку рухається ліфт, коли відомо, що натяг троса, на якому тримається ліфт, дорівнює: а)  $12000 \text{ Н}$ ; б)  $6000 \text{ Н}$ .

**Відповідь:**  $a_1 = 5,2 \text{ м/с}^2$ , ліфт піднімається;  $a_2 = -2,3 \text{ м/с}^2$ , ліфт опускається.

**2.24** Чавунне ядро масою  $m$  падає у воді із сталою швидкістю  $v$ . З якою силою потрібно тягнути його вгору, щоб воно піднімалося із швидкістю  $2v$ ? Вважати, що сила опору води прямо пропорційна величині швидкості.

**Відповідь:**  $F = 3mg \left( 1 - \frac{\rho_B}{\rho} \right)$ .

**2.25** Катер масою  $m = 2 \text{ т}$  починає рухатися і протягом часу  $\tau = 10 \text{ с}$  розвиває при русі по спокійній воді швидкість  $v = 4 \text{ м/с}$ . Визначити силу тяги  $F$  мотора, вважаючи її сталою. Силу опору  $F_c$  руху вважати пропорційною швидкості, коефіцієнт опору  $k = 100 \text{ кг/с}$ .

**Відповідь:**  $F = 1,03 \text{ кН}$ .