1 КІНЕМАТИКА ПОСТУПАЛЬНОГО ТА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ

ЗВЕДЕННЯ ОСНОВНИХ ФОРМУЛ

1.1 Положення матеріальної точки у просторі задається **радіусом-вектором** $\vec{r}$ **:**

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z,$$

де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орти осей координат; *x*, *y*, *z* – координати точки.

Кінематичні рівняння руху в координатній формі мають такий вигляд:

$$x = f_1(t),\ y = f_2(t),\ z = f_3(t),$$

де *t* – час.

1.2 Середня швидкість

$$< \vec{\mathrm{v}} > = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t},$$

де $\Delta\vec{r}$ - переміщення матеріальної точки за проміжок часу Δt.

Середня шляхова швидкість

$$< \mathrm{v} > = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

де *ΔS*– шлях, який пройшла точка за проміжок часу Δt.

Миттєва швидкість

$$\vec{\mathrm{v}} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}\mathrm{v}_x + \vec{j}\mathrm{v}_y + \vec{k}\mathrm{v}_z,$$

де $\mathrm{v}_x = \frac{dx}{dt}$; $\mathrm{v}_y = \frac{dy}{dt}$; $\mathrm{v}_z = \frac{dz}{dt}$ - проекції вектора швидкості $\vec{\mathrm{v}}$ на осі координат.

Абсолютне значення швидкості

$$\mathrm{v} = \sqrt{\mathrm{v}_x^{\,2} + \mathrm{v}_y^{\,2} + \mathrm{v}_z^{\,2}}.$$

1.3 Прискорення

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\mathrm{v}}}{dt} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z,$$

де $a_x = \frac{d\mathrm{v}_x}{dt}$; $a_y = \frac{d\mathrm{v}_y}{dt}$; $a_z = \frac{d\mathrm{v}_z}{dt}$ - проекції вектора прискорення $\vec{a}$ на осі координат.

Модуль прискорення

$$a = \sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2} + a_z^{\,2}}.$$

При криволінійному русі прискорення розкладають на нормальну та тангенціальну складову

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau,$$

де $\vec{a}_n$ і $\vec{a}_\tau$ – відповідно нормальне і тангенціальне прискорення. Модулі цих величин дорівнюють: $a_n = \dfrac{\text{v}^2}{R}$; $a_\tau = \dfrac{d\text{v}}{dt}$, де R – радіус кривини у даній точці траєкторії. Тоді можна записати

$$a = \sqrt{{a_n}^2 + {a_\tau}^2}\ .$$

1.4 Кінематичне рівняння рівномірного руху матеріальної точки вздовж осі x має вигляд

$$x = x_0 + \text{v}_x t\ ,$$

де x_0 – початкова координата.

При рівномірному русі $\vec{\text{v}} = const,\ a = 0$.

1.5 Кінематичне рівняння рівнозмінного руху $\vec{a} = const$ **вздовж осі** $\boldsymbol{x}$

$$x = x_0 + \text{v}_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}\ ,$$

де v_{0x} – початкова швидкість.

Швидкість точки при рівнозмінному русі

$$\text{v}_x = \text{v}_{0x} + a_x t\ .$$

1.6 Кінематичне рівняння обертального руху має такий вигляд:

$$\vec{\varphi} = \vec{f}(t)\ ,$$

де φ – кут повороту (або кутове переміщення).

1.7 Середня кутова швидкість

$$<\vec{\omega}>=\frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t},$$

де $\Delta\vec{\varphi}$ – кутове переміщення за час Δt.

1.8 Миттєва кутова швидкість

$$\vec{\omega}=\frac{d\vec{\varphi}}{dt}.$$

1.9 Кутове прискорення

$$\vec{\varepsilon}=\frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

1.10 Кінематичне рівняння для рівномірного руху по колу $\left(\vec{\omega}=const,\ \vec{\varepsilon}=0\right)$

$$\varphi=\varphi_0+\omega t,$$

де φ_0 - значення кутового переміщення в момент часу $t=0$.

1.11 Частота обертання

$$\nu=\frac{N}{t},\ \text{або}\ \nu=\frac{1}{T},$$

де N – кількість обертів, що здійснюються за час t; T – період обертання (час одного повного оберту).

1.12 Кінематичне рівняння рівнозмінного обертання $\left(\vec{\varepsilon} = const\right)$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Кутова швидкість тіла при рівнозмінному русі по колу

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t.$$

1.13 Зв’язок між лінійними та кутовими величинами, що характеризують рух матеріальної точки, задається такими співвідношеннями:

Зв'язок між лінійним і кутовим переміщеннями

$$\Delta\vec{r} = \left[\vec{\varphi} \times \vec{r}\right].$$

Лінійна швидкість дорівнює векторному добутку кутової швидкості на радіус-вектор:

$$\vec{\mathrm{v}} = \left[\vec{\omega} \times \vec{r}\right].$$

Прискорення точки:

тангенціальне

$$\vec{a}_\tau = \left[\vec{\varepsilon} \times \vec{r}\right];$$

нормальне

$$\vec{a}_n = \omega^2 r\vec{n},$$

де $\vec{n}$ - одиничний вектор нормалі.

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

Приклад 1.1 Автомобіль першу половину шляху рухався зі швидкістю $v_1 = 80\,км/год$, а другу половину - зі швидкістю $v_2 = 40\,км/год$. Визначити середню швидкість $\langle v \rangle$ автомобіля.

$\langle v \rangle - ?$

$$S_1 = S_2 = \frac{S}{2},$$
$$v_1 = 80\,км/год = 22,2\,м/с,$$
$$v_2 = 40\,км/год = 11,1\,м/с.$$

Розв'язання

За визначенням середня шляхова швидкість тіла дорівнює

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t}, \qquad (1)$$

де ΔS - увесь шлях; Δt - час руху автомобіля на цьому шляху.

За умовою задачі

$$\Delta S = S_1 + S_2, \quad \Delta t = t_1 + t_2$$

та

$$S_1 = S_2 = \frac{\Delta S}{2}.$$

Час проходження першої половини шляху автомобілем складає

$$t_1 = \frac{S_1}{v_1} = \frac{\Delta S}{2v_1}, \qquad (2)$$

другої половини -

$$t_2 = \frac{S_2}{v_2} = \frac{\Delta S}{2v_2}. \qquad (3)$$

Після підстановки (2) і (3) в (1) отримаємо

$$< v > = \frac{\Delta S}{\frac{\Delta S}{2v_1} + \frac{\Delta S}{2v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}.$$

Після підстановки числових значень фізичних величин отримаємо

$$< v > = \frac{2 \cdot 22,2 \cdot 11,1}{22,2 + 11,1} = 2,67 \left(м/с \right).$$

Перевіримо розмірність отриманої величини:

$$< v > = \frac{[v] \cdot [v]}{[v]} = м/с.$$

Відповідь: $< v > = 2,67\, м/с$.

Приклад 1.2 Під час переправи човен рухається перпендикулярно до берега зі швидкістю 7,2 *км/год*. Течія відносить його на 150 *м* вниз. Знайти: а) швидкість течії; б) час, який витрачається на переправу через річку. Ширина річки 0,5 км.

Розв'язання

$\text{v}_2 - ?\ t - ?$

$S_1 = 0,5\,км = 500\,м,$

$S_2 = 150\,м,$

$\text{v}_1 = 7,2\,км/год = 2\,м/с.$

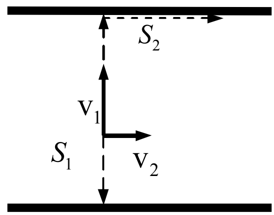

Рисунок 1

Переміщення човна під час переправи визначається співвідношеннями:

перпендикулярно до берега

$$S_1 = \text{v}_1 t\,; \qquad (1)$$

за течією

$$S_2 = \text{v}_2 t\,. \qquad (2)$$

Виключимо з цих співвідношень час та знайдемо швидкість течії

$$\text{v}_2 = \text{v}_1 \frac{S_2}{S_1}. \qquad (3)$$

Час переправи знайдемо з виразу (1)

$$t = \frac{S_1}{\text{v}_1}.$$

Підставимо числові значення фізичних величин та отримаємо

$$v_2 = 2 \cdot \frac{150}{500} = 0,6\left(м/с\right),$$

$$t = \frac{500}{2} = 250\left(с\right).$$

Елементарна перевірка розмірності дає для швидкості $м/с$, а для часу – $с$.

Відповідь: $v_2 = 0,6\, м/с$, $t = 250\, с$.

Приклад 1.3 Матеріальна точка рухається у площині xy згідно з рівняннями $x = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$ і $y = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, де $B_1 = 7\, м/с$; $C_1 = -2\, м/с^2$; $B_2 = -1\, м/с$; $C_2 = 0,2\, м/с^2$. Знайти модулі швидкості і прискорення точки в момент часу $t = 5\, с$.

Розв'язання

$v - ?\ a - ?$

$x = A_1 + B_1 t + C_1 t^2,$

$y = A_2 + B_2 t + C_2 t^2,$

$B_1 = 7\ м/с,$

$C_1 = -2\ м/с^2,$

$B_2 = 1\ м/с,$

$C_2 = 0,2\ м/с^2,$

$t = 5\ с.$

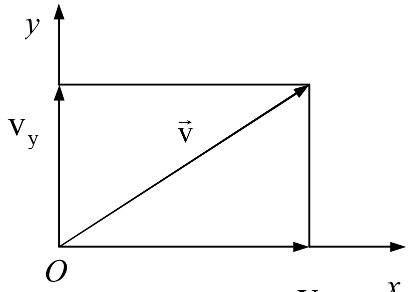

Рисунок 2

Визначимо проекції швидкості та прискорення на напрямки x та y. Оскільки за визначенням швидкість і прискорення тіла

– це відповідно перша і друга похідні за часом від координати, одержимо:

$$\mathrm{v}_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(A_1 + B_1 t + C_1 t^2) = B_1 + 2C_1 t,$$

$$a_x = \frac{d}{dt}(B_1 + 2C_1 t) = 2C_1,$$

$$\mathrm{v}_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(A_2 + B_2 t + C_2 t^2) = B_2 + 2C_2 t\ ,$$

$$a_y = \frac{d}{dt}(B_2 + 2C_2 t) = 2C_2\ .$$

Знаючи проекції швидкості і прискорення, легко знайти модулі цих величин. Для цього скористаємося теоремою Піфагора

$$\mathrm{v} = \sqrt{\mathrm{v}_x^2 + \mathrm{v}_y^2} = \sqrt{(B_1 + 2C_1 t)^2 + (B_2 + 2C_2)^2}\ , \qquad (1)$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(2C_1)^2 + (2C_2)^2}\ . \qquad (2)$$

Після підстановки числових значень величин у співвідношення (1) та (2) отримаємо

$$\mathrm{v} = \sqrt{(7 + 2\cdot 5(-2))^2 + (-1 + 2\cdot 0,2\cdot 5)^2} = \sqrt{169 + 1} = 13,1\ \left(м/с\right),$$

$$a = \sqrt{(2(-2))^2 + (2\cdot 0,2)^2} = \sqrt{16 + 0,16} = 4,02\left(м/с^2\right).$$

Перевіримо розмірність отриманих величин

$$\left[\mathrm{v}\right] = \sqrt{(\left[B_1\right] + \left[C_1\right]\left[t\right])^2} = \sqrt{\left(\frac{м}{с} + \frac{м}{с^2}с^2\right)^2} = \frac{м}{с}.$$

Відповідь: $\mathrm{v} = 1,31\,м/с$; $a = 4,02\,м/с^2$.

Приклад 1.4 Камінь падає з висоти $H = 1200\,м$ без початкової швидкості. Який шлях пройде камінь за останню секунду свого падіння?

Розв'язання

$h_O - ?$

$H = 1200\,м,$

$\tau = 1\,с,$

$g = 9{,}81\,м/с^2,$

$\mathrm{v}_0 = 0.$

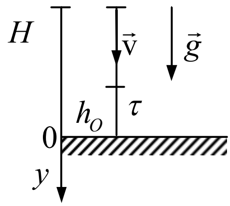

Рисунок 3

Враховуючи, що рух каменя є рівноприскореним з прискоренням $a = g$, його кінематичне рівняння руху має вигляд

$$y = H - \frac{gt^2}{2}.$$

У момент падіння на землю його координата $y = 0$, звідси час падіння каменя на землю дорівнює

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot H}{g}}.$$

Відповідно за час $(t - \tau)$ камінь пройде шлях

$$h = \frac{g(t - \tau)^2}{2}.$$

Тоді за час τ камінь пройде шлях

$$h_O = H - h,$$

або

$$h_O = H - \frac{g\left(t-\tau\right)^2}{2} = H - \frac{g\left(\sqrt{\frac{2\cdot H}{g}} - \tau\right)^2}{2} =$$

$$= H - \frac{g\left(\frac{2\cdot H}{g} - 2\sqrt{\frac{2\cdot H}{g}}\tau + \tau^2\right)}{2} = H - H + \tau\sqrt{2gH} - \frac{g\tau^2}{2}.$$

$$h_0 = \tau\sqrt{2gH} - \frac{g\tau^2}{2}.$$

Перевірка розмірності є нескладною

$$[\tau]\sqrt{[g][H]} = c\cdot\sqrt{\frac{м}{c^2}\cdot м} = м.$$

Після підстановки числових значень фізичних величин отримаємо

$$h_O = 1\cdot\sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 1200} - \frac{9{,}8\cdot 1^2}{2} = 148{,}5\,(м).$$

Відповідь: $h_O = 148{,}5\,м$.

Приклад 1.5 Тіло обертається навколо нерухомої осі за законом $\varphi = A + Bt + Ct^2$, де $A = 10\,рад$, $B = 20\,рад/с$, $C = -2\,рад/с^2$. Знайти тангенціальне, нормальне та повне прискорення точки, що міститься на відстані $r = 0{,}1\,м$ від осі обертання, для моменту часу $t = 4\,с$.

$a_n - ?\ \ a_\tau - ?\ \ a - ?$

$\varphi = A + Bt + Ct^2$,
$A = 10\,рад$,
$B = 20\,рад/с$,
$C = -2\,рад/с^2$,
$r = 0{,}1\,м$,
$t = 4\,с$.

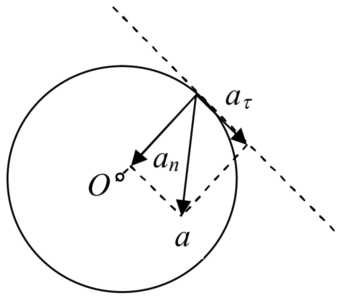

Рисунок 4

Розв'язання

Повне прискорення a точки, що рухається вздовж кривої лінії, може бути знайдене як геометрична сума тангенціального прискорення a_τ, направленого по дотичній до траєкторії, і нормального прискорення a_n, направленого до центра кривини траєкторії (рис.4):

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n .$$

Оскільки вектори $\vec{a}_\tau$ і $\vec{a}_n$ взаємно перпендикулярні, то модуль прискорення дорівнює

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}\,. \tag{1}$$

Модулі тангенціального і нормального прискорення точки тіла, що обертається, визначаються формулами

$$a_\tau = \varepsilon r, \quad a_n = \omega^2 r, \tag{2}$$

де ω - модуль кутової швидкості тіла; ε - модуль його кутового прискорення; r – відстань від точки до осі обертання. Підставляючи співвідношення (1) у формулу (2), одержимо

$$a = \sqrt{\varepsilon^2 r^2 + \omega^4 r^2} = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}\,. \tag{3}$$

Кутову швидкість ω знайдемо, взявши першу похідну від кута повороту тіла за часом:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct\,.$$

У момент часу $t = 4\ c$ модуль кутової швидкості дорівнює

$$\omega = \left[20 + 2(-2)4\right] = 4\,(рад/c)\,.$$

Кутове прискорення знайдемо, узявши першу похідну від кутової швидкості за часом:

$$\varepsilon = d\omega/dt \quad 2C \quad -4\left(рад/c^2\right).$$

Підставляючи значення ω, ε і r у вирази (2) і (3), одержимо відповідь:

$$a_\tau = -4\cdot 0,1 \quad -0,4\left(м/с^2\right),$$

$$a_n = 4^2\cdot 0,1 = 1,6\left(м/с^2\right),$$

$$a = 0,1\sqrt{(-4)^2+4^4} = 1,65\left(м/с^2\right).$$

Відповідь: $a = 1,65\ м/с^2$.

ЗАДАЧІ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

1.1 Матеріальна точка рухалася протягом $t_1 = 15\ с$ зі швидкістю $v_1 = 5\ м/с$, $t_2 = 10\ с$ - зі швидкістю $v_2 = 8\ м/с$ і $t_3 = 6\ с$ - зі швидкістю $v_3 = 20\ м/с$. Визначити середню швидкість $\langle v\rangle$ точки. **Відповідь:** $< v >= 8,87\ м/с$.

1.2 Тіло пройшло першу половину прямолінійного шляху за час $t_1 = 2\,с$, другу – за час $t_2 = 8\ с$. Визначити середню швидкість $\langle v\rangle$ тіла, якщо довжина шляху $s = 20\ м$.

Відповідь: $\langle v\rangle = 2\ м/с$.

1.3 Першу чверть шляху мотоцикліст проїхав зі швидкістю $v_1 = 10\ м/с$, другу - зі швидкістю $v_2 = 15\ м/с$, третю - зі швидкістю $v_3 = 20\ м/с$ і останню - зі швидкістю $v_4 = 5\ м/с$. Визначити середню швидкість мотоцикліста на всьому шляху.

Відповідь: $\langle v\rangle = 9,6\ м/с$.

1.4 Визначити час польоту літака t між двома пунктами, що розміщені на відстані $S = 500\ км$, якщо швидкість літака відносно повітря $v_1 = 100\ м/с$, а швидкість зустрічного вітру, напрямленого під кутом $\alpha = 30^0$ до напрямку руху, $v_2 = 30\ м/с$.

Відповідь: $t = 1\ год\ 54\ хв$.

1.5 Дві прямих дороги перетинаються під кутом $\alpha = 60^0$. Від перехрестя одночасно від'їхали дві машини. Одна зі швидкістю $v_1 = 60\ км/год$, друга - $v_2 = 80\ км/год$. Визначити швидкості v', v'', з якими машини віддаляються одна від одної.

Відповідь: $v' = 122\ км/год$; $v'' = 72,2\ км/год$.

1.6 Автомобіль рухається зі швидкістю $v_0 = 72\ км/год$ під прямим кутом до стіни. В момент, коли відстань до стіни - $L = 400\ м$, автомобіль подає короткий звуковий сигнал. Яку відстань l він проїде до моменту, коли водій почує луну? Швидкість звуку $c = 330\ м/с$.

Відповідь: $l = 45,7\ м/с$.

1.7 Пасажир потягу, який рухається зі швидкістю $u = 15,0\ м/с$, помітив, що зустрічний потяг довжиною $L = 210\ м$ пройшов повз нього за $t = 6\ с$. Визначити швидкість зустрічного потягу.

Відповідь: $\langle v \rangle = 20\ м/с$.

1.8 Людина перебуває на відстані $l = 50\ м$ від прямої дороги, по якій рухається автомобіль зі швидкістю $v_1 = 10\ м/с$.

а) У якому напрямку має бігти людина, щоб зустрітися з автомобілем, якщо автомобіль знаходиться на відстані $b = 200\ м$ від людини за умови, що швидкість людини $v_2 = 3\ м/с$?

б) Якою має бути найменша швидкість людини, щоб вона зустрілася з автомобілем?

Відповідь: а) $56,5^0 < \alpha < 123,5^0$; б) $v_2 = 2,5\ м/с$.

1.9 Залежність пройденого тілом шляху s від часу має вигляд: $s = At - Bt^2 + Ct^3$, де $A = 6\ м/с$; $B = 3\ м/с^2$; $C = 4\ м/с^3$. Знайти:

а) залежність швидкості v та прискорення a від часу t;

б) відстань s, яку пройшло тіло, швидкість v та прискорення a тіла через $t = 2{,}00\,\mathrm{с}$ після початку руху. Побудувати графік залежності шляху s, швидкості v та прискорення a від часу t для інтервалу $0 \le t \le 3$ через $0{,}5\ с$.

Відповідь: а) $\mathrm{v} = A - 2Bt + 3Ct^2$; $a = 2B + 6Ct$;

б) $s = 24\ м$; $\mathrm{v} = 38\ м/с$; $a = 42\,м/с^2$.

1.10 Залежність пройденого тілом шляху s від часу t задається рівнянням $s = A + Bt + Ct^2$, де $A = 6\ м$; $B = 3\ м$; $C = 2\ м/с$. Визначити середню швидкість $\langle \mathrm{v} \rangle$ і середнє прискорення $\langle a \rangle$ тіла для інтервалу часу $1 \le t \le 4\ \mathrm{с}$. Побудувати графік залежності шляху s, швидкості v та прискорення a від часу t для інтервалу $1 \le t \le 5$ через $1\ \mathrm{с}$.

Відповідь: $\langle \mathrm{v} \rangle = 7\ м/с$; $\langle a \rangle = 4\ м/с^2$.

1.11 Частинка рухається вздовж прямої згідно з рівнянням $x = At^3 + Bt$, де $A = -0{,}36\ м/с^3$; $B = 2\ м/с$. Визначити середній модуль швидкості $\langle |\mathrm{v}| \rangle$ і модуль середньої швидкості $|\langle \mathrm{v} \rangle|$ за перші $3\ \mathrm{с}$ від початку руху.

Відповідь: $\langle |\mathrm{v}| \rangle = 2{,}45\ м/с$; $|\langle \mathrm{v} \rangle| = 1{,}24\ м/с$.

1.12 Матеріальна точка рухається прямолінійно. Залежність пройденого шляху від часу описується рівнянням $s = 0{,}5t + t^3\ м$. Визначити залежність швидкості та прискорення від часу; середню швидкість точки за другу секунду; шлях, який пройшла точка за п'яту секунду. Побудувати графіки залежності шляху, швидкості і прискорення від часу.

Відповідь: $\langle \mathrm{v} \rangle = 3{,}5\ м/с$; $s = 9{,}5\ м$.

1.13 Швидкість тіла змінюється за законом $\mathrm{v} = At^2 + Ce^{Bt}$, де $A = 3\ м/с^3$; $B = 1\ с^{-1}$; $C = 1\ м/с$. Знайти прискорення тіла наприкінці першої секунди руху; шлях, пройдений тілом, і середню швидкість за цей час.

Відповідь: $a = 6,72\ м/с^2$; $s = 3,72\ м$; $\langle v \rangle = 3,72\ м/с$.

1.14 Визначити початкову швидкість, яку необхідно надати тілу, кинутому вертикально вгору, щоб воно повернулося назад через $t = 6$ с. Чому дорівнює максимальна висота підняття.

Відповідь: $v_0 = 29\ м/с$; $H = 42,9\ м$.

1.15 Тіло, кинуте вертикально вниз з початковою швидкістю $v_0 = 19,6\ м/с$, за останню секунду пройшло четверту частину шляху. Визначити час падіння тіла і його кінцеву швидкість. З якої висоти кинули тіло?

Відповідь: $t = 6\ с$; $v = 78,4\ м/с$; $H = 294\ м$.

1.16 Кабіна ліфта, в якої відстань від підлоги до стелі дорівнює $2,7$ м, почала підніматися з постійним прискоренням $1,2$ м/с^2. Через 2 с після початку руху зі стелі кабіни почав падати болт. Знайти: а) час вільного падіння болта; б) переміщення і шлях за час вільного падіння в системі відліку, зв'язаною з шахтою ліфта.

Відповідь: а) $t = 0,7\ с$; б) $\Delta r = 0,7\ м$ і $S = 1,3\ м$.

1.17 Тіло кинуто з поверхні землі під кутом $\alpha = 30^0$ до горизонту з початковою швидкістю $v_0 = 10\ м/с$. Не враховуючи опір повітря, знайти: а) швидкість тіла в момент часу $t_1 = 0,8\ с$; б)рівняння траєкторії; в) час, протягом якого тіло піднімалося, і час, протягом якого опускалося; г) дальність польоту; д) радіус кривизни траєкторії в момент t_1.

Відповідь: а) $v = 9,16\ м/с$; в) $t_П = 0,50\ с$; г) $t_C = 8,66\ м$;

д) $R = 25,7\ м$.

1.18 Із одної точки одночасно кинуто два тіла з однаковою швидкістю v_0 під різними кутами $\alpha_1 = 30^0$ і $\alpha_2 = 60^0$ до горизонту. Визначити відстань між тілами через $\Delta t = 10$ с після початку руху.

Відповідь: $\Delta S = 11,3\ м$.

1.19 Визначити траєкторію точки, якщо її радіус-вектор відносно початку координат змінюється за законом $\vec{r} = 2t\vec{i} + 8t^2\vec{j}$. Знайти середнє значення швидкості за час від $t_1 = 1c$ до $t_2 = 10\ c$.

Відповідь: $\langle \mathrm{v} \rangle = 88,9\ м/с$.

1.20 Частинка рухається з прискоренням $\vec{a} = 2t\vec{i} + 4t\vec{j} + 3\vec{k}$. Визначити модуль швидкості частинки в момент часу $t = 2$ с, якщо в початковий час момент часу $t = 0$ с її швидкість була $\mathrm{v}_0 = 3\vec{i} + 1\vec{j} - 1\vec{k}$.

Відповідь: $\mathrm{v} = 12,4\ м/с$.

1.21 Знайти кутову швидкість ω: а) добового обертання Землі; б) часової стрілки на годиннику; в) хвилинної стрілки на годиннику; г) штучного супутника Землі, який рухається по круговій орбіті з періодом $T = 88\ хв$. Чому дорівнює лінійна швидкість v руху цього супутника, якщо відомо, що його орбіта розташована на відстані $h = 200\ км$ від поверхні Землі.

Відповідь: а) ω=$7,26 \cdot 10^{-5}\ рад/с$; б) $\omega = 14,5 \cdot 10^{-5}\ рад/с$; в) $\omega = 1,74 \cdot 10^{-3}\ рад/с$; г) $\omega = 1,19 \cdot 10^{-3}\ рад/с$; д) $\mathrm{v} = 7,80\ км/с$.

1.22 Точка рухається по колу радіусом $R = 30\ см$ зі сталим кутовим прискоренням. Знайти тангенціальне прискорення точки, якщо відомо, що за 4 с вона виконала 3 оберти.

Відповідь: $a_\tau = 7,1 \cdot 10^{-1}\ м/с^2$.

1.23 Колесо, що обертається рівноприскорено, досягло кутової швидкості $\omega = 20\ рад/с$ через $N = 10$ обертів після початку обертання. Знайти кутове прискорення ε колеса.

Відповідь: $\varepsilon = 3,2\ рад/с^2$.

1.24 На циліндр, який може вільно обертатись навколо горизонтальної осі, намотана нитка. До кінця нитки прив'язали вантаж і надали йому можливість опускатися. Рухаючись рівноприскорено, вантаж за час $t = 3\,\text{с}$ опустився на $h = 1,5\ м$. Знайти кутове прискорення ε циліндра, якщо його радіус $r = 4\ см$.

Відповідь: $\varepsilon = 8,33\ рад/с^2$.

1.25 За проміжок часу $t = 10\ с$ точка пройшла одну шосту частину кола радіусом $R = 150\,\text{см}$. Обчислити за час руху: а) середнє значення модуля швидкості; б) модуль вектора середньої швидкості; в) модуль вектора середнього повного прискорення, якщо точка рухалась зі сталим тангенціальним прискоренням, а початкова швидкість дорівнювала нулю.

Відповідь: а) $< \mathrm{v} > = 0,16\ м/с$; б) $|< \mathrm{v} >| = 0,15\ м/с$;

в) $|\vec{a}| = 0,73\ м/с^2$.